பத்தாம் வகுப்பு – கணிதம் – ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்களும் விடைகளும்

1. உறவுகளும் சார்புகளும்

01. $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 < x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbf{W} \mid 0 \le x < 2\}$ மற்றும் $C = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 3\}$ என்க.

(i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

(ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

என்பனவற்றைச் சரிபார்க்க.

$A = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 < x < 4\} = \{2, 3\}$

$B = \{x \in \mathbf{W} \mid 0 \le x < 2\} = \{0, 1\}$

$C = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 3\} = \{1, 2\}$

<u>(i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$</u>

$(B \cup C) = \{0, 1, 2\}$

$A \times (B \cup C) = \{(2,0), (2, 1), (2, 2), (3,0), (3, 1), (3, 2)\}$

$(A \times B) = \{(2,0), (2, 1), (3,0), (3, 1)\}$

$(A \times C) = \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$

$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(2,0), (2, 1), (2, 2), (3,0), (3, 1), (3, 2)\}$

<u>(ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$</u>

$(B \cap C) = \{0, ①\} \cap \{①, 2\} = \{1\}$

$A \times (B \cap C) = \{2, 3\} \times \{1\} = \{(2,1), (3, 1)\}$

$(A \times B) = \{(2,0), (2, 1), (3,0), (3, 1)\}$

$(A \times C) = \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(2,1), (3, 1)\}$

02. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, $C = \{3, 4\}$ மற்றும் $D = \{1, 3, 5\}$ எனில்

$(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$

என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும்.

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$

$C = \{3, 4\}$, $D = \{1, 3, 5\}$

$(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$

$(A \cap C) = \{1, 2, ③\} \cap \{③, 4\} = \{3\}$

$(B \cap D) = \{2, ③, ⑤\} \cap \{1, ③, ⑤\} = \{3, 5\}$

$(A \cap C) \times (B \cap D) = \{(3,3), (3, 5)\}$

$(A \times B) = \{(1,2), (1, 3), (1, 5), (2,2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5)\}$

$(C \times D) = \{(3,1), (3, 3), (3, 5), (4,1), (4, 3), (4, 5)\}$

$(A \times B) \cap (C \times D) = \{(3,3), (3, 5)\}$

03. $A = \{x \in \mathbf{W} \mid x < 2\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 < x \le 4\}$ மற்றும் $C = \{3, 5\}$ எனில் கீழ்க்கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்க.

(i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

(ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

(iii) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

$A = \{x \in \mathbf{W} \mid x < 2\} = \{0, 1\}$

$B = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 < x \le 4\} = \{2, 3, 4\}$

$C = \{3, 5\}$

<u>(i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$</u>

$(B \cup C) = \{2, 3, 4, 5\}$

$A \times (B \cup C) = \{(0,2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1,2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\}$

$(A \times B) = \{(0,2), (0, 3), (0, 4), (1,2), (1, 3), (1, 4)\}$

$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(0,2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1,2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\}$

<u>(ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$</u>

$(B \cap C) = \{3\}$

$A \times (B \cap C) = \{(0, 3), (1, 3)\}$

$(A \times B) = (A \times B) = \{(0,2), (0, 3), (0, 4), (1,2), (1, 3), (1, 4)\}$

$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(0, 3), (1, 3)\}$

<u>(iii) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$</u>

$(A \cup B) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$(A \cup B) \times C = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$

$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$(B \times C) = \{(2,3), (2,5), (3,3), (3,5), (4,3), (4,5)\}$

$(A \times C) \cup (B \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$

04. A என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப் படை பகா எண்களின் கணம் எனில் கீழ்க்கண்டவற்றைச் சரிபார்க்க.

(i) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$

(ii) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

பத்தாம் வகுப்பு – கணிதம் – ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்களும் விடைகளும்

A = 8-ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம்

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

B = 8-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம்

$= \{2, 3, 5, 7\}$

C = இரட்டைப் படை பகா எண்களின் கணம் = $\{ 2 \}$

<u>(i) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$</u>

$(A \cap B) = \{2, 3, 5, 7\}$

$(A \cap B) \times C = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$

$(A \times C) = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$

$(B \times C) = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$

$(A \times C) \cap (B \times C) = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$

(ii) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

$(B - C) = \{3, 5, 7\}$

$A \times (B - C) = \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7) \}$

$(A \times B) = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 2), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 2), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$

$(A \times C) = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$

$(A \times B) - (A \times C) = \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7),(3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7) \}$

05) $A=\{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$ என்பன இரு கணங்கள் என்க. $f : A \to B$ எனும் சார்பு $f(x) = 3x - 1$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது இச்சார்பினை i. அம்புக்குறிப் படம் ii.அட்டவணை iii. வரிசைச் சோடிகளின் கணம் iv.வரைபடம் ஆகியவற்றால் குறிக்க.

தீர்வு: $f(x) = 3x - 1$

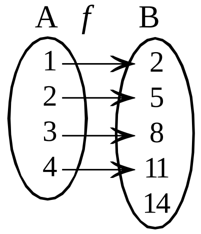
$f(1) = 2$

$f(2) = 5$

$f(3) = 8$

$f(4) = 11$

i. அம்புக்குறிப் படம்



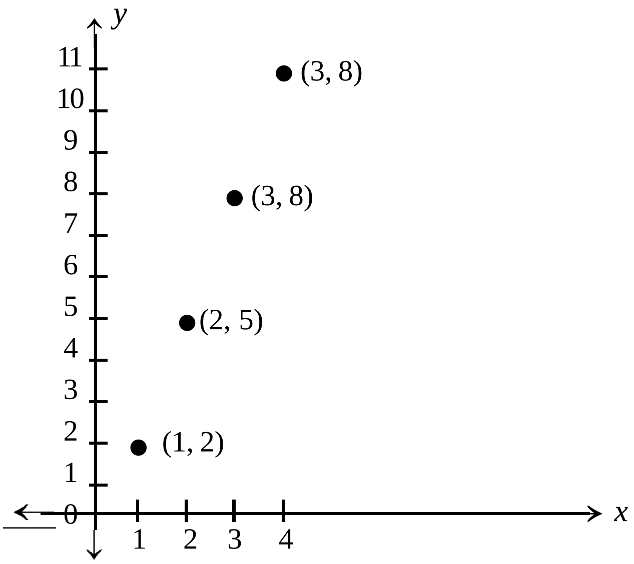
ii. அட்டவணை

x	1	2	3	4
$f(x)$	2	5	8	11

iii. வரிசைச் சோடிகளின் கணம்

$f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11) \}$

iv. வரைபடம்



06) $f : A \to B$ என்ற சார்பானது $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கு $A=\{2, 4, 6, 10, 12\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$ ஆக இருக்கும் பொழுது சார்பு f-ஐ பின்வரும் முறைகளில் குறிக்க.

i. வரிசைச் சோடிகளின் கணம் ii.அட்டவணை iii. அம்புக்குறிப் படம் iv.வரைபடம்

தீர்வு: $f(x) = \frac{x}{2} - 1$

$f(2) = 0$

$f(4) = 1$

$f(6) = 2$

$f(10) = 4$

$f(12) = 5$

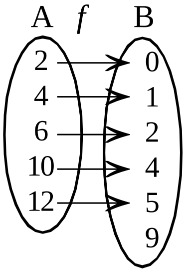
i. வரிசைச் சோடிகளின் கணம்

$f = \{(2, 0), (4, 1), (6, 2), (10, 4), (12, 5)\}$

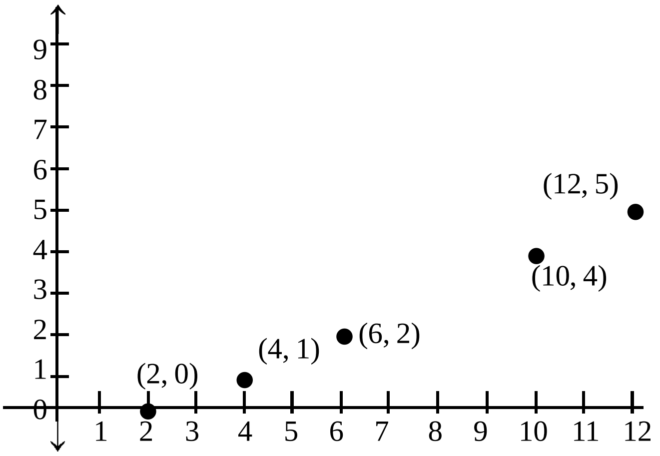
ii. அட்டவணை

f	2	4	6	10	12
$f(x)$	0	1	2	4	5

iii. அம்புக்குறிப் படம்

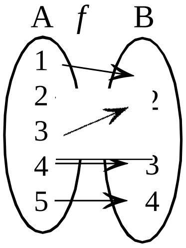


iv. வரைபடம்



07) f ={ (1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 3), (5, 4) }, என்ற சார்பினை i. அம்புக்குறிப் படம் ii.அட்டவணை iii. வரைபடம் மூலமாகக் குறிக்க.

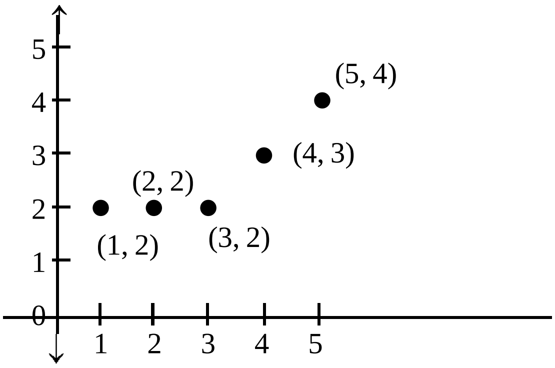
i. அம்புக்குறிப் படம்



ii. அட்டவணை

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	2	2	3	4

iii. வரைபடம்



08) t என்ற சார்பானது செல்சியஸில் (C) உள்ள வெப்பநிலையையும், பாரன்ஹீட்டில் (F) உள்ள வெப்பநிலையையும் இணைக்கும் சார்பாகும். மேலும் அது t (C) = F என வரையறுக்கப்பட்டால், (இங்கு $F = \frac{9}{5}C + 32$)

i) t (0) (ii) t (28) (iii) t (-10) (iv) t (C) = 212 ஆக இருக்கும் போது C–ன் மதிப்பு v) செல்சியஸ் மதிப்பும் பாரன்ஹீட் மதிப்பும் சமமாக இருக்கும் பொழுது வெப்பநிலை ஆகியவற்றைக் கண்டறிக.

தீர்வு: $F = \frac{9}{5}C + 32$

i) $t(0) = \frac{0}{5} + 32 = 32^\circ F$

ii) $t(28) = \frac{9}{5} \times 28 + 32 = 50.4 + 32 = 82.4^\circ F$

iii) $t(-10) = \frac{9}{5} \times (-10) + 32 = (-18) + 32 = 14^\circ F$

iv) $212 = \frac{9}{5}C + 32$

$212 - 32 = \frac{9}{5}C$

$180 = \frac{9}{5}C$

$C = 180 \times \frac{5}{9} = 100^\circ C$ = 100C

v) செல்சியஸ் = பாரன்ஹீட்

$C = \frac{9}{5}C + 32$

5C = 9 C + 160

- 4C = 160

C = -40°C

09) $f : \mathrm{N} \to \mathrm{N}$ என்ற சார்பானது $f(x) = 3x + 2, x \in \mathbf{N}$ என வரையறுக்கப்பட்டால் i)1, 2, 3–ன் நிழல் உருக்களைக் காண்க. ii) 29 மற்றும்53-ன் முன் உருக்களைக் காண்க. iii) சார்பின் வகையைக் காண்க.

i) $f(x) = 3x + 2$

$f(1) = 3(1) + 2 = 3 + 2 = 5$

$f(2) = 3(2) + 2 = 6 + 2 = 8$

$f(3) = 3(3) + 2 = 9 + 2 = 11$

ii) $f(x) = 3x + 2 = 29$

$3x = 29 - 2 = 27$

$\boxed{x = 9}$

$f(x) = 3x + 2 = 53$

$3x = 53 - 2 = 51$

$\boxed{x = 17}$

iii) f ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான மற்றும் உட்சார்பு ஆகும்.

10) $f(x) = 2x - x^2$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில், (i) $f(1)$ (ii) $f(x+1)$ (iii) $f(x) + f(1)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

i) $f(x) = 2x - x^2$

$f(1) = 2(1) - 1^2 = 2 - 1 = 1$

ii) $f(x+1) = 2(x+1) - (x+1)^2$

$= 2x + 2 - (x^2 + 2x + 1)$

$= 2x + 2 - x^2 - 2x - 1$

$= -x^2 + 1$

(iii) $f(x) + f(1) = 2x - x^2 + 1 = -x^2 + 2x + 1$

11) கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f : x \to x^2 - 5x + 6$ எனில், (i) $f(-1)$ (ii) $f(2a)$ (iii) $f(2)$ (iv) $f(x - 1)$ ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

i) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

$f(-1) = (-1)^2 - 5(-1) + 6$

$= 1 + 5 + 6 = 12$

ii) $f(2a) = (2a)^2 - 5(2a) + 6 = 4a^2 - 10a + 6$

(iii) $f(2) = (2)^2 - 5(2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$

(iv) $f(x - 1) = (x - 1)^2 - 5(x - 1) + 6$

$= x^2 - 2x + 1 - 5x + 5 + 6$

$= x^2 - 7x + 12$

12) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வரைபடம் $f(x)$யின் மூலமாக, $f(9) = 2$ என்பது தெளிவாகிறது.

(i) பின்வரும் சார்புகளின் மதிப்புகளைக் காண்க.

(அ) $f(0)$ (ஆ) $f(7)$ (இ) $f(2)$ (ஈ) $f(10)$

(ii) x-யின் எம்மதிப்பிற்கு $f(x) = 1$ஆக இருக்கும்?

(iii) $f(x)$-யின் (1) மதிப்பகம் (2) வீச்சகம் காண்க.

(iv) f என்ற சார்பில் 6–ன் நிழல் உரு என்ன?

i) (அ) $f(0) = 9$

(ஆ) $f(7) = 6$

(இ) $f(2) = 6$

(ஈ) $f(10) = 0$

(ii) $x = 9.5$ எனில் $f(x) = 1$

(iii) மதிப்பகம் = $\{x / 0 \le x \le 10, x \in \mathbf{R}\}$

வீச்சகம் = $\{x / 0 \le x \le 9, x \in \mathbf{R}\}$

(iv) 6–ன் நிழல் உரு = 5

13) $f(x) = 2x + 5$ என்க. $x \neq 5$ எனில், $\dfrac{f(x+2) - f(2)}{x}$ -ஐக் காண்க.

$f(x) = 2x + 5$

$f(x+2) = 2(x+2) + 5$

$= 2x + 4 + 5$

$= 2x + 9$

$f(2) = 4 + 5 = 9$

$$\frac{f(x+2) - f(2)}{x} = \frac{2x + 9 - 9}{x} = \frac{2x}{x} = x$$

14) ஒரு சார்பு f ஆனது $f(x) = 2x - 3$என வரையறுக்கப் -பட்டால்

(i) $\dfrac{f(0) + f(1)}{2}$ ஐக் காண்க.

(ii) $f(x) = 0$ எனும் பொழுது, x ஐக் காண்க.

(iii) $f(x) = x$ எனில் x ஐக் காண்க.

(iv) $f(x) = f(1 - x)$ எனில் x ஐக் காண்க.

(i) $$\frac{f(0) + f(1)}{2} = \frac{-3-1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

(ii) $f(x) = 0$

$2x - 3 = 0$

$2x = 3$

$x = \frac{3}{2}$

(iii) $f(x) = x$

$2x - 3 = x$

$2x - x = 3$

$x = 3$

(iv) $f(x) = f(1 - x)$

$2x - 3 = 2(1 - x) - 3$

$2x - 3 = 2 - 2x - 3 = -2x - 1$

$4x = 2$

$x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

15) f என்ற சார்பு $f(x) = 3 - 2x$ என வரையறுக்கப் – படுகிறது $f(x^2) = (f(x))^2$ எனில் x ஐக் காண்க.

$f(x) = 3 - 2x$

$f(x^2) = (f(x))^2$

$3 - 2x^2 = (3 - 2x)^2$

$3 - 2x^2 = 9 - 12x + 4x^2$

$6x^2 - 12x + 6 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x - 1)^2 = 0$

$x - 1 = 0$	$x - 1 = 0$
$x = 1$	$x = 1$

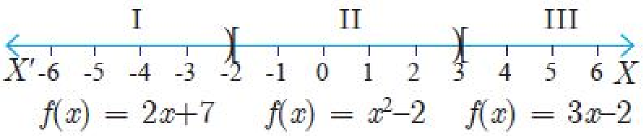
16) சார்பு $f : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$ ஆனது $f(x) = \begin{cases} 2x+7, & x < -2 \\ x^2 - 2, & -2 \le x < 3, \\ 3x - 2, & x \ge 3 \end{cases}$

என வரையறுக்கப்பட்டால்,

(i) $f(4)$ (ii) $f(-2)$ (iii) $f(4) + 2f(1)$ (iv) $\frac{f(1) - 3f(4)}{f(-3)}$

ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

$$f(x) = \begin{cases} 2x+7, & x < -2 \\ x^2 - 2, & -2 \le x < 3, \\ 3x - 2, & x \ge 3 \end{cases}$$



$f(4) = 3x - 2 = 12 - 2 = 10$

$f(-2) = x^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

$f(1) = x^2 - 2 = 1 - 2 = -1$

$f(-3) = 2x + 7 = -6 + 7 = 1$

(i) $f(4) = 10$

(ii) $f(-2) = 2$

(iii) $f(4) + 2f(1) = 10 - 2 = 8$

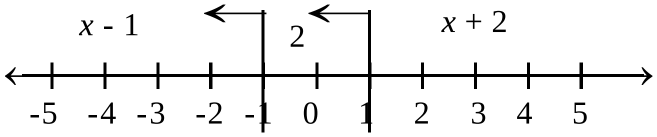
(iv) $\frac{f(1) - 3f(4)}{f(-3)} = \frac{-1-30}{1} = -31$

17) f என்ற சார்பானது $f(x) = \begin{cases} x+2; & x > 1 \\ 2 \; ; & -1 \le x \le 1 \\ x - 1; & -3 < x < -1 \end{cases}$

என வரையறுக்கப்பட்டால்,

(i) $f(3)$ (ii) $f(0)$ (iii) $f(-1.5)$ (iv) $f(2) + f(-2)$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

$$f(x) = \begin{cases} x+2; & x > 1 \\ 2 \; ; & -1 \le x \le 1 \\ x - 1; & -3 < x < -1 \end{cases}$$



$f(3) = x + 2 = 3 + 2 = 5$

$f(0) = 2$

$f(-1.5) = x - 1 = -1.5 - 1 = -2.5$

$f(2) = x + 2 = 2 + 2 = 4$

$f(-2) = x - 1 = -2 - 1 = -3$

(i) $f(3) = 5$

(ii) $f(0) = 2$

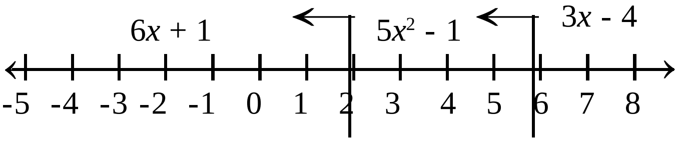
(iii) $f(-1.5) = -2.5$

(iv) $f(2) + f(-2) = 4 - 3 = 1$

18) $f : [-5, 9]$ என்ற சார்பானது பின்வருமாறு வரையறுக்கப் படுகிறது. $f(x) = \begin{cases} 6x+1 \ ; & -5 \le x < 2 \\ 5x^2 - 1 \ ; & 2 \le x < 6 \\ 3x - 4 \ ; & 6 \le x \le 9 \end{cases}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $f(-3) + f(2)$ (ii) $f(7) - f(1)$ (iii) $2f(4) + f(8)$

(iv) $\dfrac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)}$



$f(-3) = 6x + 1 = -18 + 1 = -17$

$f(2) = 5x^2 - 1 = 5\ b(4) - 1 = 20 - 1 = 19$

$f(7) = 3x - 4 = 3(7) - 4 = 21 - 4 = 17$

$f(4) = 5x^2 - 1 = 5(16) - 1 = 80 - 1 = 79$

$f(8) = 3x - 4 = 3(8) - 4 = 24 - 4 = 20$

$f(-2) = 6x + 1 = -12 + 1 = -11$

$f(6) = 3x - 4 = 3(6) - 4 = 18 - 4 = 14$

(i) $f(-3) + f(2) = -17 + 19 = 2$

(ii) $f(7) - f(1) = 17 - 7 = 10$

(iii) $2f(4) + f(8) = 2(79) + 20 = 158 + 20 = 178$

(iv) $\dfrac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)} = \dfrac{-9}{17}$

3. அணிகள்

19) $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ மற்றும் $C = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ எனில் A + (B+C) = (A+B)+C என்பதை சரிபார்க்க.

$$B + C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 6 & 8 \\ 2 & 7 & 5 \\ -5 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A + (B+C) = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 6 & 8 \\ 2 & 7 & 5 \\ -5 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A + (B+C) = \begin{pmatrix} 14 & 9 & 9 \\ 4 & 10 & -3 \\ -4 & 5 & -6 \end{pmatrix} \ldots\ldots (1)$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 5 \\ 3 & 12 & -6 \\ -6 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$(A + B) + C = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 5 \\ 3 & 12 & -6 \\ -6 & 1 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(A + B) + C = \begin{pmatrix} 14 & 9 & 9 \\ 4 & 10 & -3 \\ -4 & 5 & -6 \end{pmatrix} \ldots\ldots (2)$$

(1) = (2)

A + (B+C) = (A + B) + C என நிறுவப்பட்டது

20) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $A^2 - 5A + 7I_2 = O$ என நிறுவுக.

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 9-1 & 3+2 \\ -3-2 & -1+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$-5A = \begin{pmatrix} -15 & -5 \\ 5 & -10 \end{pmatrix}$$

$$7I_2 = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - 5A + 7I_2 = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -15 & -5 \\ 5 & -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $A^2 - 4A + 5I_2 = O$ என நிறுவப்பட்டது

21) $A=\begin{pmatrix}5 & 2 & 9\\ 1 & 2 & 8\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & 7\\ 1 & 2\\ 5 & -1\end{pmatrix}$ எனில் $(AB)^T = B^TA^T$ என நிறுவுக.

$$B^TA^T = \begin{pmatrix}1 & 1 & 5\\ 7 & 2 & -1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}5 & 1\\ 2 & 2\\ 9 & 8\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}5+2+45 & 1+2+40\\ 35+4-9 & 7+4-8\end{pmatrix}$$

$$B^TA^T = \begin{pmatrix}52 & 43\\ 30 & 3\end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix}5 & 2 & 9\\ 1 & 2 & 8\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1 & 7\\ 1 & 2\\ 5 & -1\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}5+2+45 & 35+4-9\\ 1+2+40 & 7+4-8\end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix}52 & 30\\ 43 & 3\end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix}52 & 43\\ 30 & 3\end{pmatrix}$$

$(AB)^T = B^TA^T$ என நிறுவப்பட்டது

---

22) $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & -1 & 1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 4\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ எனில் $(AB)^T = B^TA^T$ என நிறுவுக.

$$B^TA^T = \begin{pmatrix}2 & -1 & 0\\ -1 & 4 & 2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}2-2+0 & 4+1+0\\ -1+8+2 & -2-4+2\end{pmatrix}$$

$$B^TA^T = \begin{pmatrix}0 & 5\\ 9 & -4\end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & -1 & 1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 4\\ 0 & 2\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}2-2+0 & -1+8+2\\ 4+1+0 & -2-4+2\end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix}0 & 9\\ 5 & -4\end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix}0 & 5\\ 9 & -4\end{pmatrix}$$

$(AB)^T = B^TA^T$ என நிறுவப்பட்டது

---

23) $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 1 & 5\end{pmatrix}$ எனில் $(A\text{-}B)^T = A^T\text{-}B^T$ என நிறுவுக.

$$A^T\text{-}B^T = \begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}4 & 1\\ 0 & 5\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-4 & -1\\ 0 & -5\end{pmatrix}$$

$$A^T\text{-}B^T = \begin{pmatrix}-3 & 0\\ 2 & -2\end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}4 & 0\\ 1 & 5\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-4 & 0\\ -1 & -5\end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix}-3 & 2\\ 0 & -2\end{pmatrix}$$

$$(A\text{-}B)^T = \begin{pmatrix}-3 & 0\\ 2 & -2\end{pmatrix}$$

$(A\text{-}B)^T = A^T\text{-}B^T$ என நிறுவப்பட்டது

---

24) $A = \begin{pmatrix}\cos\theta & 0\\ 0 & \cos\theta\end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix}\sin\theta & 0\\ 0 & \sin\theta\end{pmatrix}$ எனில்

$A^2 + B^2 = I$ என காட்டுக.

$$A^2 + B^2 = \begin{pmatrix}\cos^2\theta & 0\\ 0 & \cos^2\theta\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\sin^2\theta & 0\\ 0 & \sin^2\theta\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}\cos^2\theta+\sin^2\theta & 0\\ 0 & \cos^2\theta+\sin^2\theta\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$A^2 + B^2 = I$ என நிறுவப்பட்டது

25) $A = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ எனில் $AA^T = I$ என காட்டுக.

$$AA^T = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos^2\theta + \sin^2\theta & -\cos\theta\sin\theta + \sin\theta\cos\theta \\ -\cos\theta\sin\theta + \sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta + \sin^2\theta \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$AA^T = I$ என நிறுவப்பட்டது

26) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ எனில் $A(B+C) = AB + AC$ என நிறுவுக.

$$B + C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A(B+C) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2-3 & 2+18 & 4+15 \\ 10+1 & 10-6 & 20-5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 20 & 19 \\ 11 & 4 & 15 \end{pmatrix} \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+9 & -1+15 & 2+6 \\ 5-3 & -5-5 & 10-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 14 & 8 \\ 2 & -10 & 8 \end{pmatrix}$$

$$AC = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-12 & 3+3 & 2+9 \\ 5+4 & 15-1 & 10-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & 6 & 11 \\ 9 & 14 & 7 \end{pmatrix}$$

$$AB + AC = \begin{pmatrix} 10 & 14 & 8 \\ 2 & -10 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -11 & 6 & 11 \\ 9 & 14 & 7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 20 & 19 \\ 11 & 4 & 15 \end{pmatrix} \ldots\ldots\ldots (2)$$

$A(B+C) = AB + AC$ என நிறுவப்பட்டது

27) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ எனில்

$A(B+C) = AB + AC$ என நிறுவுக.

$$B + C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A(B+C) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -6-1 & 8+4 \\ 6-3 & -8+12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \ldots\ldots (1)$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-4 & 2+2 \\ -1-12 & -2+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -13 & 4 \end{pmatrix}$$

$$AC = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -7+3 & 6+2 \\ 7+9 & -6+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 0 \end{pmatrix}$$

$$AB + AC = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -13 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \ldots\ldots\ldots (2)$$

$A(B+C) = AB + AC$ என நிறுவப்பட்டது

28) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில்

$(A - B)\,C = AC - BC$ என நிறுவுக.

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -1 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(A - B)\,C = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -6+2 & 0+4 \\ 0-2 & 0-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} \ldots . (1)$$

$$AC = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2+2 & 0+4 \\ 2+3 & 0+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$BC = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8+0 & 0+0 \\ 2+5 & 0+10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$AC - BC = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & 0 \\ -7 & -10 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} \ldots\ldots . (2)$$

$(A - B)\,C = AC - BC$ என நிறுவப்பட்டது

29) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில்

$A\,(BC) = (AB)C$ என நிறுவுக.

$$BC = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8+0 & 0+0 \\ 2+5 & 0+10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8+14 & 0+20 \\ 8+21 & 0+30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 & 20 \\ 29 & 30 \end{pmatrix} \ldots . (1)$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4+2 & 0+10 \\ 4+3 & 0+15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 7 & 15 \end{pmatrix}$$

$$(AB)C = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 7 & 15 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 12+10 & 0+20 \\ 14+15 & 0+30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 & 20 \\ 29 & 30 \end{pmatrix} \ldots . (2)$$

$A\,(BC) = (AB)C$ என நிறுவப்பட்டது

30) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ எனில்

$(AB)\,C = A\,(BC)$ எனக் காட்டுக.

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2+2 & -1-1+6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(AB)\,C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = (1 + 8 \quad 2 - 4) = (9 \quad -2)$$

$$BC = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2 & 2+1 \\ 2+2 & 4-1 \\ 1+6 & 2-3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 3 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A\,(BC) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 3 \\ 7 & -1 \end{pmatrix} = (-1-4+14 \quad 3-3-2)$$

$$= (9 \quad -2)$$

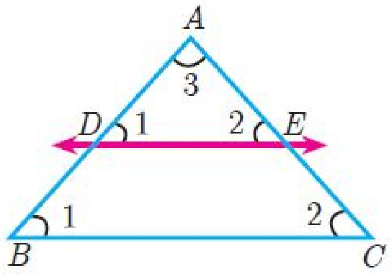
$(AB)\,C = A\,(BC)$ என நிறுவப்பட்டது

4. வடிவியல்

தேற்றம் – 1 : அடிப்படை விகிதசம தேற்றம் (அல்லது) தேல்ஸ் தேற்றம்

1. கூற்று: ஒரு நேர்கோடு, முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கத்திற்கு இணையாகவும், மற்ற இரு பக்கங்களின் வெட்டுமாறும் வரையப்பட்டால், அக்கோடு அவ்விரு பக்கங்களையும் சம விகிதத்தில் பிரிக்கும்.

2. படம்:



3. கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை :

ΔABC-ல் AB -ன் மேலுள்ள புள்ளி D, AC-ன் மேல் உள்ள புள்ளி E ஆகும்.

4. நிரூபிக்க : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

5. அமைப்பு : DE || BC வரைக.

6. நிரூபணம் :

படி எண்	கூற்று	காரணம்
1	$\angle ABC = \angle ADE = \angle 1$ ......(1)	ஒத்த கோணங்கள் சமம்
2	$\angle ACB = \angle AED = \angle 2$ ......(2)	ஒத்த கோணங்கள் சமம்
3	$\angle BAC = \angle DAE = \angle 3$ ......(3)	ΔABC, ΔADC-ன் பொதுவான கோணம்
4	$\Delta ABC \sim \Delta ADE$	AA விதிமுறைப்படி, (1), (2), (3)லிருந்து
5	$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$	ஒத்த கோணங்கள் சமம்
6	$\frac{AD+DB}{AD} = \frac{AE+EC}{AE}$	AB, AC ஐப் பிரித்து எழுதுதல்
7	$1+\frac{DB}{AD} = 1+\frac{EC}{AE}$	
	$\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$	இருபுறமும் 1-ஐ நீக்குக.
8	$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது	இருபுறமும் தலைகீழாக மாற்றுக.

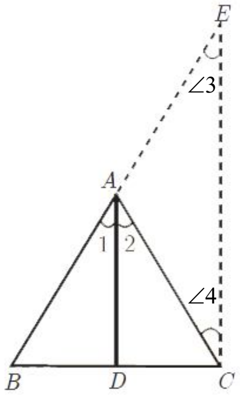
மறுதலை : (தேல்ஸ் தேற்றம்)

ஒரு நேர்கோடு ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களை சம விகிதத்தில் பிரித்தால், அந்த நேர்கோடானது, மூன்றாவது பக்கத்திற்கு இணையாக இருக்கும்.

தேற்றம் – 2 : கோண இருசமவெட்டித் தேற்றம்

1. கூற்று: ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணத்தின் உட்புற இருசமவெட்டியானது அக்கோணத்தின் எதிர்ப்பக்கத்தை உட்புறமாக அக்கோணத்தினை அடக்கிய பக்கங்களின் விகிதத்தில் பிரிக்கும்.

2. படம்:



3. கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை :

ΔABC-ல் AD என்பது $\angle BAC$-ன் வெளிப்புற கோண இருசம வெட்டி மற்றும் BC நீட்சியினை D-ல் வெட்டுகிறது.

4. நிரூபிக்க : $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$

5. அமைப்பு : DAக்கு இணையாக C-ன் வழியாக ஒரு நேர்கோடு வரைக.

அக்கோடு BA ஐ சந்திக்கும் புள்ளி E என்க. CE ll DA

6. நிரூபணம் :

படி எண்	கூற்று	காரணம்
	$\angle BAD = \angle 1, \angle DAC = \angle 2,$ $\angle AEC = \angle 3, \angle ACE = \angle 4$	
1	$\angle 1 = \angle 2$ ....(1)	$\angle A$ன் கோண இருசமவெட்டி AD
2	$\angle 1 = \angle 3$ ....(2)	CE ll DA எனவே, ஒத்த கோணங்கள்
3	$\angle 2 = \angle 4$ ....(3)	ஒன்று விட்ட கோணங்கள் AC ஒரு குறுக்கு வெட்டி
4	$\angle 3 = \angle 4$	(1), (2) மற்றும் (3)லிருந்து
5	AE = AC ....(4)	சம கோணங்களுக்கு எதிரே அமைந்த பக்கங்கள் சமம்.
6	$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AE}$	ΔBEC-ல் தேல்ஸ் தேற்றப்படி
7	$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AE}$	(4) லிருந்து நிறுவப்பட்டது

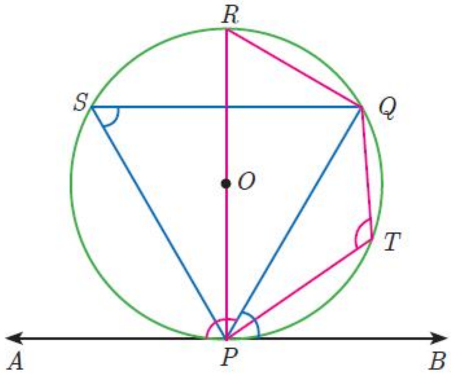
மறுதலை : (கோண இருசமவெட்டித் தேற்றம்)

ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு உச்சியினை வழிச் செல்லும் ஒரு நேர்கோடு, அதன் எதிர்ப்பக்கத்தை உட்புறமாக, மற்ற இரு பக்கங்களின் விகிதத்தில் பிரிக்குமானால், அக்கோடு உச்சியில் அமைந்த கோணத்தினை உட்புறமாக இரு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கும்.

தேற்றம் – 4 : மாற்று வட்டத்துண்டு தேற்றம் (அல்லது) தொடுகோடு – நாண் தேற்றம்

1. கூற்று: வட்டத்தில் தொடுகோட்டின் தொடுபுள்ளி வழியே ஒரு நாண் வரையப்பட்டால், அந்த நாண் தொடுகோட்டுடன் ஏற்படுத்தும் கோணங்கள் முறையே ஒவ்வொன்றும் தனித்தனியாக மாற்று வட்டத்துண்டுகளில் அமைந்த கோணங்களுக்குச் சமம்.

2. படம்:



3. கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை :

O-வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் AB என்ற தொடுகோடு P-என்ற புள்ளி வழியே செல்கிறது. மற்றும் PQ என்பது நாண் ஆகும். S மற்றும் T என்பன PQ என்ற நாணிற்கு எதிரெதிர் பக்கங்களில் வட்டத்தின் மேல் உள்ள புள்ளிகள் ஆகும்.

4. நிரூபிக்க : (i) $\angle QPB = \angle PSQ$ மற்றும் (ii) $\angle QPA = \angle PTQ$

5. அமைப்பு : PORஎன்ற விட்டம் வரைக.

இணைக்க. QR, QS, QT, PB மற்றும் PT

6. நிரூபணம் :

படி எண்	கூற்று	காரணம்
1	$\angle QPB = \theta$ என்க. $\angle QPR = 90 - \theta$ ......(1)	விட்டம் RP தொடுகோடு ABக்கு செங்குத்து
2	$\angle PQR = 90°$	அரைவட்டத்தில் உள்ள கோணம் 90°
3	$\angle QRP = \theta$ ......(2)	ΔPQRல் கோணங்களின் கூடுதல் 180°
		எனவே, $(90 - \theta) + 90 + \angle QRP = 180°$
4	$\angle QRP = \angle QSP = \theta$ ......(3)	ஒரே வட்டத்துண்டில் உள்ள கோணங்கள் சமம்
5	$\angle QPB = \angle QSP = \theta$	(1), (2) மற்றும் (3) லிருந்து
	எனவே (i) நிரூபிக்கப்பட்டது	
6	$\angle QPB = \theta \Rightarrow \angle QPA = 180 - \theta$ ......(4)	நேரிய இணைக் கோணங்கள்
7	$\angle QSP = \theta \Rightarrow \angle PTQ = 180 - \theta$ ......(5)	வட்டநாற்கரம் PTQSல் எதிர்க்கோணங்களின் கூடுதல் 180°
8	$\angle QPA = \angle PTQ = 180 - \theta$.	(4) மற்றும் (5)லிருந்து
	எனவே (ii) நிரூபிக்கப்பட்டது	

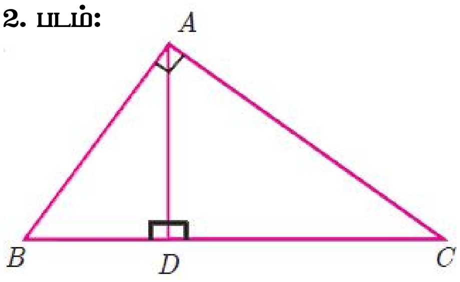
மெனிலாஸ் தேற்றம்

ABC என்ற முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் BC, CA, AB (அல்லது அவற்றின் நீட்சி)-யில் புள்ளிகள் முறையே P, Q, R ஆகியன ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகளாக அமையத்தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை $\frac{BP}{PC} \times \frac{CQ}{QA} \times \frac{AR}{RB} = -1$. இந்தச் சூத்திரத்தில் உள்ள கோட்டுத்துண்டுகள் அனைத்தும் திசை சார்ந்தவையாகும்.

பிதாகரஸ் தேற்றம்

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

2. படம்:



3. கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை :

ΔABCல் $\angle A = 90°$

4. நிரூபிக்க : $AB^2 + BC^2 = AC^2$

5. அமைப்பு : $AD \perp BC$ வரைக.

6. நிரூபணம் :

படி எண்	கூற்று	காரணம்
1	$\Delta ABC \sim \Delta DBA$	AA விதிமுறைப்படி. ஏனெனில், $\angle B$ பொதுக்கோணம் & $\angle BAC = \angle BDA = 90°$
2	$\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB}$ $\therefore\ AB^2 = BD \times BC \quad .....(1)$	ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமம்
3.	$\Delta ABC \sim \Delta DAC$	AA விதிமுறைப்படி. ஏனெனில், $\angle C$ பொதுக்கோணம் & $\angle BAC = \angle ADC = 90°$
4.	$\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{DC}$ $\therefore\ AC^2 = BC \times DC \quad .....(2)$	ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமம்
5	$AB^2 + AC^2 = (BD \times BC) + BC \times DC$ $= BC \times (BD + DC)$ எனவே (ii) நிரூபிக்கப்பட்டது $= BC \times BC = BC^2$ $\therefore$ நிரூபிக்கப்பட்டது	(1) மற்றும் (2)லிருந்து

பிதாகரஸ் தேற்றத்தின் மறுதலை

ஒரு முக்கோணத்தில் நீளமான பக்கத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம் எனில், அந்த முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

சீவாஸ் தேற்றம்

ABC என்பது ஒரு முக்கோணம் என்க. பக்கங்கள் BC, CA மற்றும் AB-யில் உள்ள புள்ளிகள் முறையே D, E மற்றும் F என்க. முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் ஒரே திசையைப் பொருத்து, AD, BE, CF என்ற சீவியன்கள் ஒருங்கிசைந்துள்ளது எனில், $\frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} \times \frac{AF}{FB} = 1$ ஆகும்.

பத்தாம் வகுப்பு – கணிதம் – ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்களும் விடைகளும்

5. ஆயத்தொலைவு வடிவியல்

35) (8, 6), (5, 11), (-5, 12) மற்றும் (-4, 3) ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு: $x_1\ y_1 \quad x_2\ y_2 \quad x_3\ y_3 \quad x_4\ y_4$

(8, 6) (5, 11) (-5, 12) (-4, 3)

நாற்கரத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 8 & 5 & -5 & -4 & 8 \\ 6 & 11 & 12 & 3 & 6 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{(88 + 60 - 15 - 24) -(30- 55 - 48 + 24)\}$

$= \frac{1}{2}$ [88 + 60 - 15 - 24 -30 + 55 + 48 - 24]

$= \frac{1}{2}$ (158) = 79

நாற்கரத்தின் பரப்பு = 79 ச.அ.

36) (-9, -2), (-8, -4), (2, 2) மற்றும் (1, -3) ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க. தீர்வு:

$x_1\ y_1 \quad x_2\ y_2 \quad x_3\ y_3 \quad x_4\ y_4$

(-9, -2) (-8, -4) (2, 2) (1, -3)

நாற்கரத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -9 & -8 & 2 & 1 & -9 \\ -2 & -4 & 2 & -3 & -2 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{(36 -16 -6 -2) -(16 - 8 + 2 + 27)\}$

$= \frac{1}{2}$ [36 -16 -6 -2 -16 + 8 - 2 - 27]

$= \frac{1}{2}$ (-25) = -12.5

நாற்கரத்தின் பரப்பு = 12.5 ச.அ.

37) (-9, 0), (-8, 6), (-1, -2) மற்றும் (-6, -3) ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க. தீர்வு:

$x_1\ y_1 \quad x_2\ y_2 \quad x_3\ y_3 \quad x_4\ y_4$

(-9, 0) (-8, 6) (-1, -2) (-6, -3)

நாற்கரத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -9 & -8 & -1 & -6 & -9 \\ 0 & 6 & -2 & -3 & 0 \end{bmatrix}$

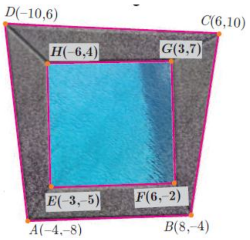
$= \frac{1}{2}\{(-54 + 16 + 3 - 6) -(0 - 6 + 12 + 27)\}$

$= \frac{1}{2}$ [-54 +16 +3 -6 + 6 -12 -27]

$= \frac{1}{2}$ (-76) = -38

நாற்கரத்தின் பரப்பு = 38 ச.அ.

38) நாற்கர வடிவ நீச்சல் குளத்தின் கான்கிரீட் உள் முற்றமானது படத்தில் காட்டியுள்ளபடி அமைக்கப்பட்டுள்ளது எனில், உள்முற்றத்தின் பரப்பு காண்க.



நாற்கரம் EFGH

$x_1\ y_1 \quad x_2\ y_2 \quad x_3\ y_3 \quad x_4\ y_4$

(-3, -5) (6, -2) (3, 7) (-6, 4)

நாற்கரத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -3 & 6 & 3 & -6 & -3 \\ -5 & -2 & 7 & 4 & -5 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{(6 + 42 +12 + 30) -(-30 - 6 - 42 - 12)\}$

$= \frac{1}{2}$ [6 + 42 + 12 + 30 + 30 + 6 + 42 + 12]

$= \frac{1}{2}$ (180) = 90

நாற்கரம் EFGHன் பரப்பு = 90 ச.அ.

அரசு உயர்நிலைப்பள்ளி, மருதூர் வடக்கு நாகை மாவட்டம் – 614 714

நாற்கரம் ABCD

$x_1\ y_1 \quad x_2\ y_2 \quad x_3\ y_3 \quad x_4\ y_4$

(-4, -8) (8, -4) (6, 10) (-10, 6)

நாற்கரத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -4 & 8 & 6 & -10 & -4 \\ -8 & -4 & 10 & 6 & -8 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{(16 + 80 + 36 + 80) - (-64 - 24 - 100 - 24)\}$

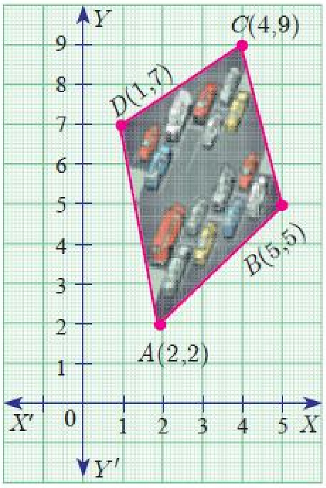
$= \frac{1}{2}[16 + 80 + 36 + 64 + 24 + 100 + 24]$

$= \frac{1}{2}(424) = 212$

நாற்கரம் ABCDன் பரப்பு = 212 ச.அ.

உள் முற்றத்தின் பரப்பு = 212 - 90 = 122 ச.அ.

39) கீழே கொடுக்கப்பட்ட படமானது ஒரு வளாகத்தில் புதிய வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்த அமைக்கப்பட்ட பகுதியைக் காட்டுகிறது. இதை அமைப்பதற்கு ஒரு சதுர அடிக்கு ` 1300 செலவாகும் என மதிப்பிடப்படுகிறது எனில், வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்துவதற்குத் தேவையான மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடவும்.



நாற்கரம் ABCD

$x_1\ y_1 \quad x_2\ y_2$

(2, 2) (5, 5)

$x_3\ y_3 \quad x_4\ y_4$

(4, 9) (1, 7)

வாகன நிறுத்தத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 9 & 7 & 2 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{(10 + 45 + 28 + 2) - (10 + 20 + 9 + 14)\}$

$= \frac{1}{2}[10 + 45 + 28 + 2 - 10 - 20 - 6 - 14]$

$= \frac{1}{2}(32) = 16$ ச.அ.

வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்துவதற்குத் தேவையான மொத்தச் செலவு = ` 1300 × 16 = ` 20,800

3. இயற்கணிதம்

40) வகுத்தல் முறையில் வர்க்கமூலம் காண்க.

$x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9$

தீர்வு:

	1	-6	3		
1	1	-12	42	- 36	9
	1				
2 - 6		- 12	42		
		- 12	36		
2 - 12 3			6	- 36	9
			6	- 36	9
				0	

வர்க்கமூலம் $= |x^2 - 6x + 3|$

41) வகுத்தல் முறையில் வர்க்கமூலம் காண்க.

$64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1$

தீர்வு:

	8	-1	1		
8	64	-16	17	- 2	1
	64				
16 - 1		-16	17		
		-16	1		
16 - 2 1			16	- 2	1
			16	- 2	1
				0	

வர்க்கமூலம் $= |8x^2 - x + 1|$

42) வகுத்தல் முறையில் வர்க்கமூலம் காண்க.

$121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$

தீர்வு:

	11	-9	-12		
11	121	-198	-183	216	144
	121				
22 - 9		-198	-183		
		-198	81		
22 -18 -12			-264	216	144
			-264	216	144
				0	

வர்க்கமூலம் $= |11x^2 - 9x - 12|$

43) வகுத்தல் முறையில் வர்க்கமூலம் காண்க.

$37x^2 - 28x^3 + 4x^4 + 42x + 9$

தீர்வு:

	2	-7	-3		
2	4	-28	37	42	9
	4				
4 - 7		-28	37		
		-28	49		
4 -14 -3			-12	42	9
			-12	42	9
				0	

வர்க்கமூலம் = $|2x^2 - 7x - 3|$

43) வகுத்தல் முறையில் வர்க்கமூலம் காண்க.

$16x^4 + 42x^2 + 1$

தீர்வு:

	4	0	1		
4	16	0	8	0	1
	16				
8 0		0	8		
		0	0		
8 0 1			8	0	1
			8	0	1
				0	

வர்க்கமூலம் = $|4x^2 + 1|$

44) $4x^4 - 12x^3 + 37x^2 + bx + a$ என்பது முழு வர்க்கம் எனில் a, b மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

	2	-3	7		
2	4	-12	37	b	a
	4				
4 - 3		-12	37		
		-12	9		
4 -6 7			28	b	a
			37	-42	49
				0	

(முழு வர்க்கம்)

a = 49

b = - 42

45) வகுத்தல் முறையில் வர்க்கமூலம் காண்க.

$$\frac{x^2}{y^2} - \frac{10x}{y} + 27 - \frac{10y}{x} + \frac{y^2}{x^2}$$

தீர்வு:

	$\frac{x}{y} - 5 + \frac{y}{x}$
	$\frac{x^2}{y^2} - \frac{10x}{y} + 27 - \frac{10y}{x} + \frac{y^2}{x^2}$
$\frac{x}{y}$	$\frac{x^2}{y^2}$
$\frac{2x}{y} - 5$	$-\frac{10x}{y} + 25$
	$-\frac{10x}{y} + 27$
$\frac{2x}{y} - 10 + \frac{y}{x}$	$2 - \frac{10y}{x} + \frac{y^2}{x^2}$
	$2 - \frac{10y}{x} + \frac{y^2}{x^2}$
	0

வர்க்கமூலம் = $\left|\frac{x}{y} - 5 + \frac{y}{x}\right|$

46) $9x^4 + 12x^3 + 28x^2 + ax + b$ என்பது முழு வர்க்கம் எனில் a, b மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

	3	2	4		
3	9	12	28	a	b
	9				
6 2		12	28		
		12	4		
6 4 4			24	b	a
			24	16	16
				0	

(முழு வர்க்கம்)

a = 16

b = 16

47) வகுத்தல் முறையில் வர்க்கமூலம் காண்க.

$$\frac{4x^2}{y^2}+\frac{20x}{y}+13-\frac{30y}{x}+\frac{9y^2}{x^2}$$

தீர்வு:

	$\frac{2x}{y}+5-\frac{3y}{x}$
	$\frac{4x^2}{y^2}+\frac{20x}{y}+13-\frac{30y}{x}+\frac{9y^2}{x^2}$
$\frac{2x}{y}$	$\frac{4x^2}{y^2}$
$\frac{4x}{y}+5$	$\frac{20x}{y}+13$
	$\frac{20x}{y}+25$
$\frac{4x}{y}+10+\frac{y}{x}$	$-12-\frac{30y}{x}+\frac{y^2}{x^2}$
	$-12-\frac{30y}{x}+\frac{y^2}{x^2}$
	0

வர்க்கமூலம் = $\left|\frac{2x}{y}+5-\frac{3y}{x}\right|$

48) $ax^4 + bx^3 + 361x^2 + 220x + 100$ என்பது முழு வர்க்கம் எனில் a, b மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

				10	11	12		
		10	100	220	361	b	a	
			100					
	20	11		220	361			
				220	121			
20	22	12			240	b	a	
					240	264	144	
						0		

(முழு வர்க்கம்)

a = 144

b = 264

49) $x^4 - 8x^3 + mx^2 + nx + 16$ என்பது முழு வர்க்கம் எனில் m, n மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

			1	-4	4		
		1	1	- 8	m	n	16
			1				
	2	-4		- 8	m		
				- 8	16		
2	- 8	4			m-16	n	16
					8	-32	16
						0	

(முழு வர்க்கம்)

m - 16 = 8

m = 24

n = -32

49) $\frac{1}{x^4}-\frac{6}{x^3}+\frac{13}{x^3}+\frac{m}{x}+n$ என்பது முழு வர்க்கம் எனில் a, b மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

			1	-3	2		
		1	1	-6	13	m	n
			1				
	2	-3		-6	13		
				-6	9		
4	-6	2			4	m	n
					4	-12	4
						0	

(முழு வர்க்கம்)

m = - 12

n = 4

50) இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. கிடைக்கப் பெறும் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் (i) 4-க்குச் சமமாக (ii) 10-ஐ விடப் பெரிதாக (iii)13 -ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

S = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

n(S) = 36

(i) 4-க்குச் சமமாக

A = { (1, 3), (2, 2), (3, 1)}

n(A) = 3

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$\boxed{P(A) = \frac{1}{12}}$$

(ii) 10-ஐ விடப் பெரிதாக

B = { (5, 6), (6, 5), (6, 6)}

n(B) = 3

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$\boxed{P(B) = \frac{1}{12}}$$

(iii)13 -ஐ விடக் குறைவாக

C = { (1, 1), (1, 2), ... (6, 6)}

n(C) = 36

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{36}{36} = 1$$

$$\boxed{P(C) = 1}$$

51) இரண்டு சீரான பகடைகள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படுகின்றன.
(i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்க
(ii) முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க
(iii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாக கிடைக்க
(iv) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1-ஆக இருக்க

ஆகிய நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

S = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

n(S) = 36

(i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்க

A = { (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)}

n(A) = 6

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

(ii) முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க

B = { (1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 1), (3, 1), (5, 1)}

n(B) = 6

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{1}{6}$$

(iii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாக கிடைக்க

C = { (1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 2),
(3,4), (4, 1), (4, 3), (5, 2), (5, 6), (6, 1), (6, 5)}

n(C) = 14

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$$

P(C) = 1

(iv) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1-ஆக இருக்க

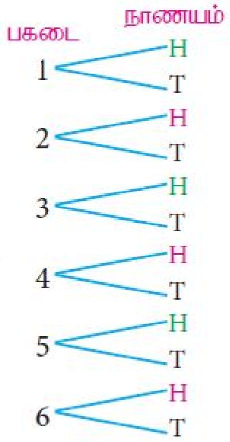
D = { }

n(D) = 0

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{0}{36}$$

P(D) = 0

52) ஒரு பகடை உருட்டப்படும் அதே நேரத்தில் சுண்டப்படுகிறது. பகடையில் ஒற்றைப்படை எண் கிடைப்பதற்கும், நாணயத்தில் தலைக் கிடைப்பதற்குமான நிகழ்தகவைக் காண்க.



S = {1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T}

n(S) = 12

பகடையில் ஒற்றைப்படை எண் மற்றும் நாணயத்தில் தலை கிடைத்தல்

A = { 1H, 3H, 5H}

n(A) = 3

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{P(A) = \frac{1}{4}}$$

53) இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. இரண்டு முக மதிப்புகளும் சமமாக இருக்க அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4- ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

S = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

n(S) = 36

(i) முக மதிப்பு சமமாக ✓

A = { (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)}

n(A) = 6

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36}$$

(ii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4- ஆக இருக்க

B = { (1, 3), (2, 2), (3, 1)} ✓

n(B) = 3

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

A∩B = { (2, 2) }

n(A∩B) = 1

தேவையான நிகழ்தகவு

$$P(A\cap B) = \frac{n(A\cap B)}{n(S)} = \frac{1}{36}$$

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$$

$$= \frac{6}{36} + \frac{3}{36} - \frac{1}{36}$$

$$= \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

54) இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. முதல் பகடையில் முக மதிப்பு இரட்டைப் படை எண் அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8- ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

S = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

n(S) = 36

(i) முதல் பகடையில் முக மதிப்பு இரட்டைப் படை எண்

A = { (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6) }

n(A) = 18

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{36}$$

(ii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8- ஆக இருக்க

B = { (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2) }

n(B) = 5

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

$A \cap B$ = { (2, 6), (4, 4), (6, 2) }

$n(A \cap B) = 3$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

தேவையான நிகழ்தகவு

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{18}{36} + \frac{5}{36} - \frac{3}{36}$$

$$= \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

55) இரண்டு நாணயங்கள் ஒன்றாகச் சுண்டப்படுகின்றன. இரண்டு நாணயங்களிலும் வெவ்வேறு முகங்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

S = {HH, TT, HT, TH}

n(S) = 4

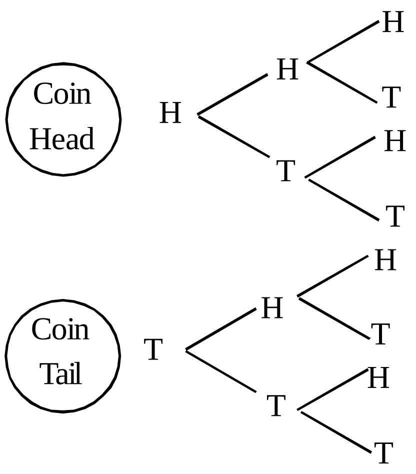
இரண்டு நாணயங்களிலும் வெவ்வேறு முகங்கள்

A = { HT, TH }

n(A) = 2

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

56) மூன்று நாணயங்கள் சுண்டப்படும்பொழுது கிடைக்கும் கூறுவெளியை மர வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி எழுதுக.



S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

57) ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. இரண்டு அடுத்தடுத்த பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

n(S) = 8

இரண்டு அடுத்தடுத்த பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

A = { HTT, TTH, TTT}

n(A) = 3

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

58) மூன்று சீரான நாணயங்கள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்படுகின்றன. (i) அனைத்தும் தலையாகக் கிடைக்க (ii) குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க (iii) அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க (iv) அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க ஆகியவற்றின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

n(S) = 8

(i) அனைத்தும் தலையாகக் கிடைக்க

A = { HHH}

n(A) = 1

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

(ii) குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க

B = {HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

n(B) = 7

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

iii) அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க

C = {HTT, THT, TTH, TTT}

n(C) = 4

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

(iv) அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க

D = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH}

n(D) = 7

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

59) சீரான மூன்று நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன. அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் அல்லது குறைந்தபட்சம் இரண்டு தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

n(S) = 8

(i) அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க

A = { HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH }

n(A) = 7

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

(ii) குறைந்தபட்சம் இரண்டு தலைகள் கிடைக்க

B = {HHH, HHT, HTH, THH }

n(B) = 4

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{8}$$

$A \cap B$ = {HHH, HHT, HTH, THH }

$n(A \cap B) = 4$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{4}{8}$$

தேவையான நிகழ்தகவு

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{7}{8} + \frac{4}{8} - \frac{4}{8}$$

$$= \frac{7}{8}$$

60) ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. சரியாக இரண்டு தலைகள் அல்லது குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ அல்லது அடுத்தடுத்து இரண்டு தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தவைக் காண்க.

S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

n(S) = 8

சரியாக இரண்டு தலைகள் கிடைப்பது

A = { HHT, HTH, THH}

n(A) = 3

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைப்பது

B = { HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

n(B) = 7

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

அடுத்தடுத்து இரண்டு தலைகள் கிடைப்பது

C= { HHH, HHT, THH }

n(C) = 3

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{2}{8}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{8}$$

$$P(B \cap C) = \frac{2}{8}$$

$$P(A \cap C) = \frac{2}{8}$$

$$P(A \cup B \cup B) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C)$$
$$- P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{3}{8} - \frac{3}{8} - \frac{2}{8} - \frac{2}{8} + \frac{2}{8} = \frac{8}{8}$$

= 1

61) நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக்கட்டில், டைமண்ட் சீட்டுகளிலிருந்து இராசா மற்றும் இராணி சீட்டுகளும், ஹார்ட் சீட்டுகளிலிருந்து, இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகளும், ஸ்பேடு சீட்டுகளிலிருந்து, மந்திரி மற்றும் இராசா சீட்டுகளும் நீக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள சீட்டுகளிலிருந்து, ஒரு சீட்டு சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகிறது. அந்த சீட்டானது (i) க்ளாவர் ஆக (ii) சிவப்பு இராணியாக (iii) கருப்பு இராசாவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

n(S) = 52 - 2 -2 -2 = 46

n(S) = 46

(i) க்ளாவர் ஆக

n(A) = 13

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{13}{46}$$

(ii) சிவப்பு இராணியாக

n(B) = 0

P(B) = 0

(iii) கருப்பு இராசாவாக

n(C) = 1

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{46}$$

62) நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக்கட்டிலிருந்து சம வாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது (i) சிவப்பு நிறச் சீட்டு (ii) ஹார்ட் சீட்டு (iii) சிவப்பு நிற இராசா (iv)முக சீட்டு (v)எண் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் கண்டறிக.

n(S) = 52

(i) சிவப்பு நிறச் சீட்டு

n(A) = 26

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

(ii) ஹார்ட் சீட்டு

n(B) = 13

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

(iii) சிவப்பு நிற இராசா

n(C) = 2

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

(iv) முக சீட்டு

n(D) = 12

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

(v) எண் சீட்டு

n(E) = 36

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{36}{52} = \frac{9}{13}$$

63) நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக்கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கும் போது ஓர் இராசா அல்லது ஓர் இராணி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

n(S) = 52

(i) இராசா சீட்டு கிடைப்பது

n(A) = 4

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

(ii) இராணி சீட்டு கிடைப்பது

n(B) = 4

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$P(A \cap B) = 0$

தேவையான நிகழ்தகவு

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - 0$$

$$= \frac{2}{13}$$

64) 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக்கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகின்றனது. அந்தச் சீட்டு இராசா அல்லது ஹார்ட் அல்லது சிவப்பு நிறச் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் என்ன?

n(S) = 52

(i) இராசா சீட்டு கிடைப்பது

n(A) = 4

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{52}$$

(ii) ஹார்ட் சீட்டு கிடைப்பது

n(B) = 13

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{52}$$

(iii) சிவப்பு நிறச் சீட்டு கிடைப்பது

n(C) = 26

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{26}{52}$$

$P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{52}$ $\quad P(A \cap B) = \frac{1}{52}$

$P(B \cap C) = \frac{13}{52}$ $\quad P(A \cap C) = \frac{2}{52}$

தேவையான நிகழ்தகவு

$$P(A \cup B \cup B) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C)$$

$$- P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$= \frac{4}{52}+\frac{13}{52}+\frac{26}{52}-\frac{1}{52}-\frac{13}{52}-\frac{2}{52}+\frac{1}{52}=\frac{28}{52}$$

$$= \frac{7}{13}$$

65) நன்கு கலைத்து அடுக்கிய 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட கட்டிலிருந்து சம வாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது சிவப்பு ராசாவாக அல்லது கருப்பு இராணியாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

$n(S) = 52$

(i) சிவப்பு ராசா சீட்டு

$n(A) = 2$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{52}$$

(ii) கருப்பு இராணி சீட்டு

$n(B) = 2$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{52}$$

$P(A \cap B) = 0$

தேவையான நிகழ்தகவு

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{2}{52} + \frac{2}{52} - 0$$

$$= \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

66) ஒரு பையில் 5 நீல நிறப் பந்துகளும், 4 பச்சை நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. பையிலிருந்து சம வாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. எடுக்கப்படும் பந்தானது (i) நீலமாக (ii) நீலமாக இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

$n(S) = 5 + 4 = 9$

(i) நீலமாக இருக்க

$n(A) = 5$

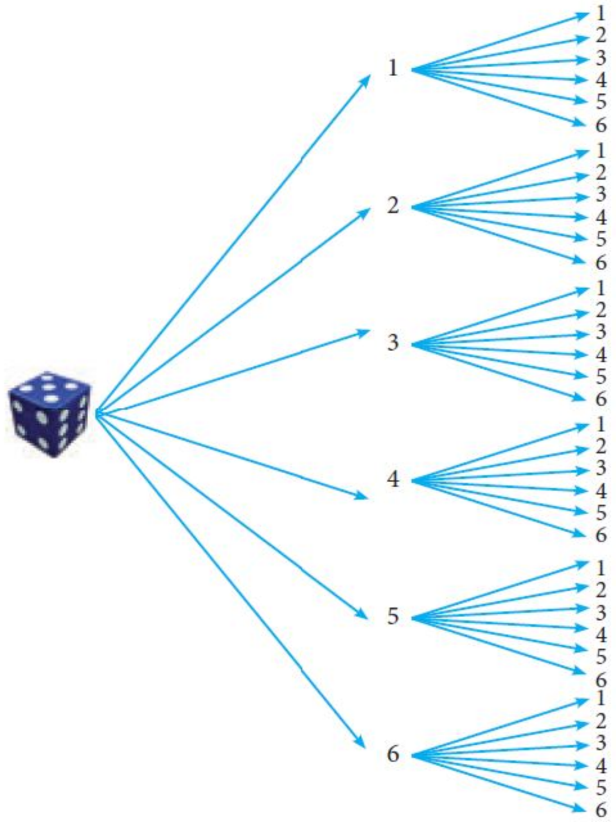
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{9}$$

(ii) நீலமாக இல்லாமல் இருக்க

$n(B) = 4$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{9}$$

67) மர வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படும்போது கிடைக்கும் கூறுவெளியை எழுதுக.



68) ஒரு பையில் 6 பச்சை நிறப் பந்துகளும், சில கருப்பு மற்றும் சிவப்பு நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை, சிவப்பு பந்துகளைப் போல் இருமடங்காகும். பச்சை பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு சிவப்பு பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைப் போல் மூன்று மடங்காகும். இவ்வாறெனில், (i) கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை (ii) மொத்தப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க.

$n(G) = 6$

$n(R) = x$ என்க.

ஃ $n(B) = 2x$ ஆகும்.

$n(S) = 6 + x + 2x = 6 + 3x$

கணக்கின்படி $P(G) = 3\,P(R)$

$$\frac{6}{6+3x} = \frac{3x}{6+3x}$$

$$3x = 6 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

(i) கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை $= 2x = 4$

(ii) மொத்தப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை $= 6 + 6 = 12$

69) ஒரு பையில் 6 பச்சை நிறப் பந்துகளும், சில கருப்பு மற்றும் சிவப்பு நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை, சிவப்பு பந்துகளைப் போல் இருமடங்காகும். பச்சை பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு சிவப்பு பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைப் போல் மூன்று மடங்காகும். இவ்வாறெனில், (i) கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை (ii) மொத்தப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க.

$n(G) = 6$

$n(R) = x$ என்க.

∴ $n(B) = 2x$ ஆகும்.

$n(S) = 6 + x + 2x = 6 + 3x$

கணக்கின்படி $P(G) = 3\,P(R)$

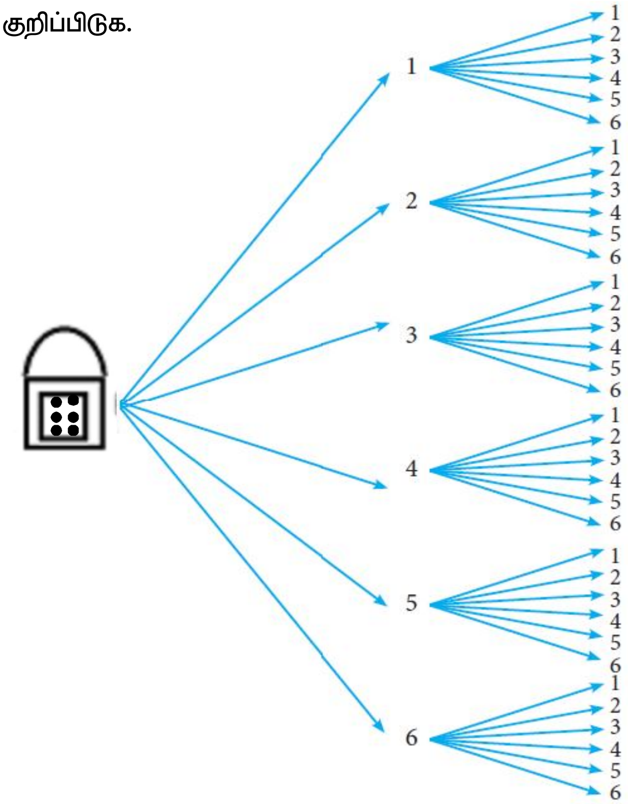
$$\frac{6}{6+3x} = \frac{3x}{6+3x}$$

$3x = 6 \quad \Rightarrow \quad x = 2$

(i) கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை $= 2x = 4$

(ii) மொத்தப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை $= 6 + 6 = 12$

70) ஒரு பையிலுள்ள 1 முதல் 6 வரை எண்கள் குறிக்கப்பட்ட பந்துகளிலிருந்து, இரண்டு பந்துகள் எடுப்பதற்கான கூறுவெளியை மர வரைபடம் மூலமாகக் குறிப்பிடுக.



கூறுவெளி

$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),$
$(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),$
$(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),$
$(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),$
$(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),$
$(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

71) ஒரு பையில் 12 நீல நிறப் பந்துகளும், x சிவப்பு நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. (i) அது சிவப்பு நிறப்பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க. (ii) 8 புதிய சிவப்பு நிறப் பந்துகள் அப்பையில் வைத்த பின்னர், ஒரு சிவப்பு நிறப் பந்தை தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவானது (i) -யில் பெறப்பட்ட நிகழ்தகவைப் போல இரு மடங்கு எனில், x-ன் மதிப்பினைக் காண்க.

சிவப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை $= x$

நீலப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை $= 12$

$n(S) = 12 + x$

(i) சிவப்பு நிறப் பந்தாக இருக்க

$n(R) = x$

$$P(R) = \frac{n(R)}{n(S)} = \frac{x}{12+x}$$

(ii) 8 புதிய சிவப்பு நிறப் பந்துகள் அப்பையில் வைத்த பின்னர்

$n(R) = x + 8$

$n(S) = 20 + x$

கணக்கின்படி

$$\frac{x+6}{x+20} = 2\left(\frac{x}{x+12}\right)$$

$(x + 12)(x + 8) = 2x(x + 20)$

$x^2 + 8x + 12x + 96 = 2x^2 + 40x$

$x^2 + 20x + 96 = 2x^2 + 40x$

$x^2 + 20x - 96 = 0$

$(x + 24)(x - 4) = 0$

$x = -24, x = 4$

$$P(R) = \frac{x}{12+x} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

(ii) மொத்தப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை = 6 + 6 = 12

72) ஒரு பையில் 5 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும், 6 வெள்ளை நிறப் பந்துகளும், 7 பச்சை நிறப் பந்துகளும் 8 கருப்பு நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. சம வாய்ப்பு முறையில் பையிலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. அந்தப் பந்து (i) வெள்ளை (ii) கருப்பு அல்லது சிவப்பு (iii)வெள்ளையாக இல்லாமல் (iv)வெள்ளையாகவும், கருப்பாகவும் இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

n(S) = 5 + 6 + 7 + 8 = 26

(i) வெள்ளை

n(A) = 6

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{26} = \frac{3}{13}$$

(ii) கருப்பு அல்லது சிவப்பு

n(B) = 8 + 5 = 13

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$$

(iii)வெள்ளையாக இல்லாமல்

n(C) = 26 - 6 = 20

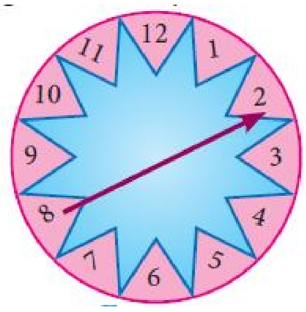
$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{20}{26} = \frac{10}{13}$$

(iv)வெள்ளையாகவும், கருப்பாகவும் இல்லாமல்

n(D) = 26 - (6+8) = 26 -14 = 12

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$$

73) படத்தில் காட்டியுள்ள அம்புக்குறி சுழற்றும் விளையாட்டில் 1, 2, 3, ...12 என்ற எண்கள் சமவாய்ப்பு முறையில் கிடைக்க வாய்ப்புள்ளது. அம்புக்குறியானது (i) 7 (ii) பகா எண் (iii) பகு எண் ஆகியவற்றில் நிற்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் கண்டறிக.



S = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 }

n(S) = 12

(i) 7 நிற்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{12}$$

(ii) பகா எண் நிற்பதற்கான நிகழ்தகவு

B = { 2, 3, 5, 7, 11 }

n(B) = 5

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{12}$$

(iii) பகு எண் நிற்பதற்கான நிகழ்தகவு

C = { 4, 6, 8, 9, 10, 12 }

n(C) = 6

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

74) ஒரு பொது விழாவில், 1 முதல் 1000 வரை எண்களிட்ட அட்டைகள் ஒரு பெட்டியில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. விளையாடும் ஒவ்வொருவரும் ஒரு அட்டையைச் சம வாய்ப்பு முறையில் எடுக்கிறார்கள். எடுத்த அட்டை திரும்ப வைக்கப்படவில்லை. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அட்டையில் எண் 500-ஐ விட அதிகமாக உள்ள வர்க்க எண்கள் இருந்தால், அவர் வெற்றிக்கான பரிசைப் பெறுவார். (i) முதலில் விளையாடுபவர் பரிசு பெற (ii)முதலாமவர் வெற்றி பெற்ற பிறகு, இரண்டாவதாக விளையாடுபவர் வெற்றி பெற ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

n(S) = 1000

(i) முதலில் விளையாடுபவர் பரிசு பெற

$A = \{23^2, 24^2, 25^2, 26^2, 27^2, 28^2, 29^2, 30^2, 31^2\}$

n(A) = 9

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{1000}$$

(ii)முதலாமவர் வெற்றி பெற்ற பிறகு, இரண்டாவதாக விளையாடுபவர் வெற்றி பெற

n(S) = 1000 - 1 = 999

n(B) = 8

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{8}{999}$$

75) ஒரு பெட்டியில் 20 குறைபாடில்லாத விளக்குகளும் ஒரு சில குறைபாடுடைய விளக்குகளும் உள்ளன. பெட்டியிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு விளக்கானது குறைபாடுடையதாக இருப்பதற்கான வாய்ப்பு $\frac{3}{8}$ எனில், குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கை $n(A) = x$ என்க

ஃ $n(S) = 20 + x$

கணக்கின்படி

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{x}{20+x} = \frac{3}{8}$$

$$8x = 3x + 60$$

$$5x = 60$$

$$x = 12$$

குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கை = 12

76) ஒரு பெட்டியில் 3, 5, 7, ... 35, 37 என்ற எண்கள் குறிக்கப்பட்ட சீட்டுகள் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படும் ஒரு சீட்டு ஆனது 7-ன் மடங்காக அல்லது பகா எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

$S = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37\}$

$n(S) = 18$

(i) 7-ன் மடங்காக இருக்க

$A = \{7, 21, 35\}$

$n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{18}$$

(ii) பகா எண்ணாக இருக்க

$B = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37\}$

$n(B) = 3$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{11}{18}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

தேவையான நிகழ்தகவு

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{18} + \frac{11}{18} - \frac{1}{18}$$

$$= \frac{13}{18}$$

77) ஒருவருக்கு மின்சார ஒப்பந்தம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{3}{5}$ மற்றும் குழாய்கள் பொருத்துவதற்கான ஒப்பந்தம் கிடைக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{5}{8}$ ஆகும். மேலும் குறைந்தபட்சம் ஏதாவது ஒரு ஒப்பந்தம் கிடைக்கப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{5}{7}$ எனில், இரண்டு ஒப்பந்தங்களும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

கணக்கின்படி

மின்சார ஒப்பந்தம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A) = \frac{3}{5}$

குழாய்கள் பொருத்துவதற்கான ஒப்பந்தம் கிடைக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(\overline{B}) = \frac{5}{8}$

ஃகுழாய்கள் பொருத்துவதற்கான ஒப்பந்தம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(B) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

குறைந்தபட்சம் ஏதாவது ஒரு ஒப்பந்தம் கிடைக்கப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(A \cup B) = \frac{5}{7}$$

இரண்டு ஒப்பந்தங்களும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{3}{8} - \frac{5}{7}$$

$$= \frac{168 + 105 - 200}{280} = \frac{73}{280}$$

78) 8000 மக்கள் தொகை கொண்ட ஒரு நகரத்தில், 1300 பேர் 50 வயதிற்கு மேற்பட்டவர்கள் மற்றும் 3000 பேர் பெண்கள். மேலும் 50 வயதிற்கு மேற்பட்ட பெண்கள் 30% உள்ளனர் எனவும் தெரிய வருகிறது. தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு நபர், பெண்ணாக அல்லது 50வயதிற்கு மேற்பட்டவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

$n(S) = 8000$

50 வயதிற்கு மேற்பட்டவர்கள் $n(A) = 1300$

$$P(A) = \frac{1300}{8000}$$

பெண்கள் $n(B) = 3000$

$$P(B) = \frac{3000}{8000}$$

50 வயதிற்கு மேற்பட்ட பெண்கள் $n(A \cap B) = 3000 \times 30\%$

$$= 3000 \times \frac{30}{100}$$

$$= 900$$

$$P(A \cap B) = \frac{900}{8000}$$

பெண்ணாக அல்லது 50வயதிற்கு மேற்பட்டவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1300}{8000} + \frac{3000}{8000} - \frac{900}{8000}$$

$$= \frac{3400}{8000} = \frac{17}{40}$$

---

79) A, B, C என்பன ஏதேனும் மூன்று நிகழ்ச்சிகள். மேலும் B கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு A-ன் நிகழ்தகவைப் போல இருமடங்காகவும், C கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு A-ஐ விட

J [® \ ¦ º ï V̈ ¡ D c ^ á ª . ¼ K D $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$,

$P(B \cap C) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap C) = \frac{1}{8}$, $P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{10}$,

$P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{15}$ எனில் P(A), P(B) மற்றும் P(C)-ஐக் காண்க.

கொடுக்கப்பட்டவை :

$$P(B) = 2P(A)$$

$$P(C) = 3P(A)$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$P(B \cap C) = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap C) = \frac{1}{8}$$

$$P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{10}$$

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{15}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$\frac{9}{10} = P(A) + 2P(A) + 3P(A) - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{10} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{15} = 6P(A)$$

$$6P(A) = \frac{108 + 20 + 30 + 15 - 8}{120}$$

$$6P(A) = \frac{165}{120}$$

$$6P(A) = \frac{33}{24}$$

$$6P(A) = \frac{11}{8}$$

$$P(A) = \frac{11}{48}$$

$$P(B) = 2P(A)$$

$$= 2 \times \frac{11}{48}$$

$$P(B) = \frac{11}{24}$$

$$P(C) = 3P(A)$$

$$= 3 \times \frac{11}{48}$$

$$P(C) = \frac{11}{16}$$

80) 35 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில் ஒவ்வொருவருக்கும் 1 முதல் 35 வரை எண்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மாணவர்களுக்கும் மாணவிகளுக்கும் உள்ள விகிதமானது 4: 3 ஆகும். வரிசை எண்கள் மாணவர்களில் தொடங்கி மாணவிகளில் முடிவடைகிறது. ஒருவர் வகுப்பிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவர் பகா எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட மாணவராகவோ அல்லது பகு எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட மாணவியாகவோ அல்லது இரட்டை எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்டவராகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

$n(S) = 35$

மாணவர்கள் : மாணவிகள் = $4 : 3$

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = $\frac{4}{7} \times 35$

$= 20$

∴ மாணவிகளின் எண்ணிக்கை = 15

(i) பகா எண்ணை வரிசையாகக் கொண்ட மாணவர்கள்

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$n(A) = 8$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{35}$

(ii) பகு எண்ணை வரிசையாகக் கொண்ட மாணவிகள்

$B = \{21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35\}$

$n(B) = 12$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{12}{35}$

(iii) இரட்டைப் படை எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்டவர்கள்

$C = \{2, 4, 6, 8, ...32, 34\}$

$n(C) = 17$

$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{17}{35}$

$P(A \cap B) = 0$

$P(B \cap C) = \frac{7}{35}$

$P(A \cap C) = \frac{1}{35}$

$P(A \cap B \cap C) = 0$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(A \cup B \cup C) = \frac{8}{35} + \frac{12}{35} + \frac{17}{35} - 0 - \frac{7}{35} - \frac{1}{35} + 0$$

$$= \frac{37-8}{35} = \frac{29}{35}$$

81) ஒரு நெட்டாண்டில் (Leap Year) 53 சனிக்கிழமைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

(குறிப்பு: $366 = 52 \times 7 + 2$)

நெட்டாண்டு = 52 வாரங்கள் + 2 நாட்கள்

கூறுவெளி S = {(ஞா, தி), (தி, செ), (செ, பு), (பு, வி), (வி, வெ), (வெ, ச), (ச, ஞா)}

$n(S) = 7$

53 ஆவது சனிக்கிழமை கிடைக்க நிகழ்தகவு

A = { (வெ, ச), (ச, ஞா) }

$n(A) = 2$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{7}$

82) ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் ஒரு நிகழ்ச்சி A என்க. இங்கு $P(A):P(\overline{A}) = 17:15$ மற்றும் $n(S) = 640$ எனில் (i) $P(\overline{A})$ (ii) n(A)-ஐக் காண்க.

$$P(A):P(\overline{A}) = 17:15$$

$$\frac{P(A)}{P(\overline{A})} = \frac{17}{15}$$

$$15\,P(A) = 17P(\overline{A})$$

$$= 17[1 - P(A)]$$

$$= 17 - 17\,P(A)$$

$$32\,P(A) = 17$$

$$P(A) = \frac{17}{32}$$

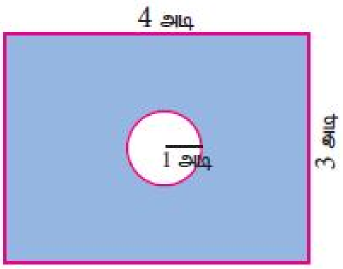
$$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{17}{32}$$

$$\frac{n(A)}{640} = \frac{17}{32}$$

$$n(A) = \frac{17}{32} \times 640$$

$$\boxed{n(A) = 340}$$

83) மாணவர்கள் விளையாடும் ஒரு விளையாட்டில் அவர்களால் எறியப்படும் கல்லானது வட்டப்பரிதிக்குள் விழுந்தால் அதை வெற்றியாகவும் வட்டப்பரிதிக்கு வெளியே விழுந்தால் அதை தோல்வியாகவும் கருதப்படுகிறது. விளையாட்டில் வெற்றி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?



செவ்வகத்தின் பரப்பு = நீளம் × அகலம்

$= 4 \times 3$

$= 12$ ச. அடி

வட்டத்தின் பரப்பு $= \pi r^2$

$= \pi \times 1 \times 1$

$= \pi$ ச. அடி

விளையாட்டில் வெற்றி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு

$$= \frac{\pi}{12}$$

84) இரண்டு நுகர்வோர்கள், பிரியா மற்றும் அமுதன் ஒரு குறிப்பிட்ட அங்காடிக்கு, குறிப்பிட்ட வாரத்தில் (திங்கள் முதல் சனி வரை) செல்கிறார்கள். அவர்கள் அங்காடிக்குச் சமவாய்ப்பு முறையில் ஒவ்வொரு நாளும் செல்கிறார்கள். இருவரும் அங்காடிக்கு, 1) ஒரே நாளில் 2) வெவ்வேறு நாட்களில் 3) அடுத்தடுத்த நாட்களில் செல்வதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

$n(S) = 6$

1) $P(A) = \frac{1}{6}$

2) $P(A) = \frac{5}{6}$

C = {(தி, செ), (செ, பு), (பு, வி), (வி, வெ), (வெ, ச) }

$n(C) = 5$

$$P(C) = \frac{5}{6}$$

85) $P(A) = 0.37, P(B) = 0.42, P(A \cap B) = 0.09$ எனில் $P(A \cup B)$ ஐக் காண்க.

$P(A) = 0.37,$

$P(B) = 0.42,$

$P(A \cap B) = 0.09$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0.37 + 0.42 - 0.09$

$= 0.79 - 0.09$

$= 0.7$

86) $P(A) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{2}{5}, P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ எனில் $P(A \cap B)$ ஐக் காண்க.

$P(A) = \frac{2}{3}$,

$P(B) = \frac{2}{5}$,

$P(A \cup B) = \frac{1}{3}$

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$= \frac{2}{3} +. \frac{2}{5} - \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{3} +. \frac{2}{5}$

$= \frac{11}{15}$

86) A மற்றும் B ஆகியவை $P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{2}$ மற்றும் $P(A$ மற்றும் $B) = \frac{1}{8}$ என இருக்குமாறு அமையும் இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க. (i) P(A அல்லது B) (ii) P(A -ம் இல்லை B-ம் இல்லை)

(i) P(A அல்லது B) $= P(A \cup B)$

$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8}$

$= \frac{2+4-1}{8}$

$= \frac{5}{8}$

(ii) P(A -ம் இல்லை B-ம் இல்லை)

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B})$

$= 1 - P(A \cup B)$

$= 1 - \frac{5}{8}$

$= \frac{3}{8}$

87) A மற்றும் B ஆகியவை இரு நிகழ்ச்சிகள். மேலும் $P(A) = 0.42, P(B) = 0.48$ மற்றும் $P(A \cap B) = 0.16$ எனில், (i) P(A இல்லை) (ii) P(B இல்லை) (ii) P(A அல்லது B) ஆகியவற்றைக் காண்க.

$P(A) = 0.42,$

$P(B) = 0.48$

$P(A \cap B) = 0.16$

(i) P(A இல்லை) $= P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

$= 1 - 0.42 = 0.58$

(ii) P(B இல்லை) $= P(\overline{B}) = 1 - P(B)$

$= 1 - 0.48 = 0.52$

(ii) P(A அல்லது B) $= P(A \cup B)$

$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0.42 + 0.48 - 0.16$

$= 0.90 - .016$

$= 0.74$

88) ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் A, B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள்.

மேலும் P(A இல்லை) = 0.45, $P(A \cup B) = 0.65$ எனில், P(B)- ஐக் காண்க.

A, B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள்.

à $P(A \cap B) = 0$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$P(A \cup B) = 0.65$

$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0.45$

$= 0.55$

$P(A \cup B) = 0.55 + P(B) = 0.65$

$P(B) = 0.65 - .055 = 0.10$

P(B) = 0.10

89) A மற்றும் B -யில், குறைந்தது ஏதாவது ஒன்று நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு 0.6. A மற்றும் B ஒரே நேரத்தில் நடைபெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.2 எனில், $P(\overline{A}) + P(\overline{B})$ ஐக் காண்க.

$P(A \cup B) = 0.6$

$P(A \cap B) = 0.2$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$0.6 = P(A) + P(B) - 0.2$

$0.6 + 0.2 = P(A) + P(B)$

$P(A) + P(B) = 0.8$

$P(\overline{A}) + P(\overline{B}) = 1 - P(A) + 1 - P(B)$

$= 2 - [P(A) + P(B)]$

$= 2 - 0.8 = 1.2$

90) நிகழ்ச்சி A-க்கான நிகழ்தகவு 0.5 மற்றும் B- க்கான நிகழ்தகவு 0.3. A மற்றும் B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில், A யும் B யும் நிகழாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

$P(A) = 0.5$

$P(B) = 0.3$

$P(A \cap B) = 0$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.5 + 0.3 = 0.8$

$P(A \cup B) = 0.8$

A யும் B யும் நிகழாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)\ 1 - 0.8$

$= 0.2$

கூடுதல் வினாக்களும் விடைகளும்

1. உறவுகளும் சார்புகளும்

91) $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = 2x + k$ மற்றும் $fog = gof$ எனில், k -இன் மதிப்பைக் காண்க.

$fog = (3x - 2) \text{ o } (2x + k)$
$= 3(2x + k) - 2$
$= 6x + 3k - 2$
$gof = (2x + k) \text{ o } (3x - 2)$
$= 2(3x - 2) + k$
$= 6x - 4 + k$
$fog = gof$
$6x + 3k - 2 = 6x - 4 + k$
$3k - 2 = -4 + k$
$2k - k = -4 + 2$
$2k = -2$
$k = -1$

$\boxed{k = -1}$

92) $f(x) = 3x + 2$, $g(x) = 6x - k$ மற்றும் $fog = gof$ எனில், k -இன் மதிப்பைக் காண்க.

$fog = (3x + 2) \text{ o } (6x - k)$
$= 3(6x - k) + 2$
$= 18x - 3k + 2$
$gof = (6x - k) \text{ o } (3x + 2)$
$= 6(3x + 2) - k$
$= 18x + 12 - k$
$fog = gof$
$18x - 3k + 2 = 18x + 12 - k$
$-3k + 2 = 12 - k$
$-3k + k = 12 - 2$
$-2k = 10$
$k = -5$

93) $f(x) = 2x - k$, $g(x) = 4x + 5$ மற்றும் $fog = gof$ எனில், k -இன் மதிப்பைக் காண்க.

$fog = (2x - k) \text{ o } (4x + 5)$
$= 2(4x + 5) - k$
$= 8x + 10 - k$
$gof = (4x + 5) \text{ o } (2x - k)$
$= 4(2x - k)) + 5$
$= 8x - 4k + 5$
$fog = gof$
$8x + 10 - k = 8x - 4k + 5$
$10 - k = -4k + 5$
$-k + 4k = 5 - 10$
$3k = -5$
$k = \frac{-5}{3}$

94) $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = 1 - 2x$ மற்றும் $h(x) = 3x$ என்ற சார்புகளுக்கு $fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

$goh = (1 - 2x) \text{ o } (3x)$
$= 1 - 2(3x)$
$= 1 - 6x$
$fo(goh) = (2x + 3) \text{ o } (1 - 6x)$
$= 2(1 - 6x) + 3$
$= 2 - 12x + 3$
$= 5 - 12x$ .... (1)
$fog = (2x + 3) \text{ o } (1 - 2x)$
$= 2(1 - 2x) + 3$
$= 2 - 4x + 3$
$= 5 - 4x$
$(fog)oh = (5 - 4x) \text{ o } (3x)$
$= 5 - 4(3x)$
$= 5 - 12x$ .... (2)
(1) = (2)
$fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கப்பட்டது

95) $f(x) = x - 1$, $g(x) = 3x + 1$ மற்றும் $h(x) = x^2$ என்ற சார்புகளுக்கு $fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

$goh = (3x + 1) \text{ o } (x^2)$
$= 3(x^2) + 1$
$= 3x^2 + 1$
$fo(goh) = (x - 1) \text{ o } (3x^2 + 1)$
$= (3x^2 + 1) - 1$
$= 3x^2 + 1 - 1$
$= 3x^2$ .... (1)
$fog = (x - 1) \text{ o } (3x + 1)$
$= (3x + 1) - 1$
$= 3x + 1 - 1$
$= 3x$

பத்தாம் வகுப்பு – கணிதம் – ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்களும் விடைகளும்

95) $f(x) = x - 1$, $g(x) = 3x + 1$ மற்றும் $h(x) = x^2$ என்ற சார்புகளுக்கு $fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

$(fog)oh = (3x) \text{ o } (x^2)$

$= 3(x^2)$

$= 3x^2$ .... (2)

(1) = (2)

$fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கப்பட்டது

96) $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x$ மற்றும் $h(x) = x + 4$ என்ற சார்புகளுக்கு $fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

$goh = (2x) \text{ o } (x + 4)$

$= 2(x + 4)$

$= 2x + 8$

$fo(goh) = (x^2) \text{ o } (2x + 8)$

$= (2x + 8)^2$ .... (1)

$fog = (x^2) \text{ o } (2x)$

$= (2x)^2$

$(fog)oh = (2x)^2 \text{ o } (x + 4)$

$= (2(x + 4))^2$

$= (2x + 8)^2$ .... (2)

(1) = (2)

$fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கப்பட்டது

97) $f(x) = x - 4$, $g(x) = x^2$ மற்றும் $h(x) = 3x - 5$ என்ற சார்புகளுக்கு $fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

$goh = (x^2) \text{ o } (3x - 5)$

$= (3x - 5)^2$

$fo(goh) = (x - 4) \text{ o } (3x - 5)^2$

$= (3x - 5)^2 - 4$ .... (1)

$fog = (x - 4) \text{ o } (x^2)$

$= x^2 - 4$

$(fog)oh = (x^2 - 4) \text{ o } (3x - 5)$

$= (3x - 5)^2 - 4$ .... (2)

(1) = (2)

$fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கப்பட்டது

98) $f(x) = x^2$, $g(x) = 3x$ மற்றும் $h(x) = x - 2$ என்ற சார்புகளுக்கு $fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

$goh = (3x) \text{ o } (x - 2)$

$= 3(x - 2)$

$= 3x - 6$

$fo(goh) = (x^2) \text{ o } (3x - 6)$

$= (3x - 6)^2$ .... (1)

$fog = (x^2) \text{ o } (3x)$

$= (3x)^2$

$(fog)oh = (3x)^2 \text{ o } (x - 2)$

$= (3(x - 2))^2$

$= (3x - 6)^2$ .... (2)

(1) = (2)

$fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கப்பட்டது

99) $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = x + 3$ ஆகியவை இரு சார்புகள். மேலும் $gff(x) = fgg(x)$ எனில் x-ஐக் காண்க.

$gff(x) = gofof$

$= (x + 3) \text{ o } (3x + 1) \text{ o } (3x + 1)$

$= (x + 3) \text{ o } (3(3x + 1) + 1)$

$= (x + 3) \text{ o } (9x + 3 + 1)$

$= (x + 3) \text{ o } (9x + 4)$

$= 9x + 4 + 3$

$= 9x + 7$ .... (1)

$fgg(x) = fogog$

$= (3x + 1) \text{ o } (x + 3) \text{ o } (x + 3)$

$= (3x + 1) \text{ o } (x + 3 + 3)$

$= (3x + 1) \text{ o } (x + 6)$

$= 3(x + 6) + 1$

$= 3x + 18 + 1$

$= 3x + 19$ .... (2)

கணக்கின்படி

(1) = (2)

$9x + 7 = 3x + 19$

$9x - 3x = 19 - 7$

$6x = 12$

$x = 2$

Wish You All the Best

அரசு உயர்நிலைப்பள்ளி, மருதூர் வடக்கு நாகை மாவட்டம் – 614 714

இயல் 2 - எண்களும், தொடர்வரிசைகளும்

1	யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத்தேற்றம்	a = bq + r
2	கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் பொது வடிவம்	a, a+d, a+2d, a+3d, ……..
3	கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு	$t_n = a + (n-1)\,d$
4	கூ.தொ. வரிசையின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	$n = \frac{l-a}{d} + 1$
5	பொது வித்தியாசம்	$d = t_2 - t_1$
6	கூ.தொ. வரிசையின் n உறுப்புகளின் கூடுதல்	$S_n = \frac{n}{2}\,[2a + (n-1)d]$
		$S_n = \frac{n}{2}\,(a + l)$
7	கூ.தொ. வரிசையின் அடுத்தடுத்த 3 உறுப்புகள்	a-d, a, a+d
8	பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் பொது வடிவம்	$a, ar, ar^2, ar^3, \ldots$
9	பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு	$t_n = a\,r^{n-1}$
10	பொது விகிதம்	$r = \frac{t_2}{t_1}$
11	பெ.தொ. வரிசையின் n உறுப்புகளின் கூடுதல்	$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$
12	பெ.தொ.வரிசையின் அடுத்தடுத்த 3 உறுப்புகள்	a/r, a, ar
13	முடிவிலித் தொடரின் கூடுதல்	$S_\infty = \frac{a}{1-r}$
14	முதல் n இயல் எண்களின் கூடுதல்	$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$
15	முதல் n இயல் எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்	$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
16	முதல் n இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல்	$S_n = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$
17	முதல் n ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல்	$S_n = n^2$

இயல் 3 - இயற்கணிதம்

1	மீ.பொ.ம., மீ.பொ.வ. இடையேயான தொடர்பு	**f(x) x g(x) = மீபொம x மீபொவ**
2	இருபடிச் சமன்பாட்டின் பொது வடிவம்	**x^2-(மூலங்களின் கூடுதல்)x + மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் = 0**
		$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$
3	இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் காண சூத்திரம்	$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
4	மூலங்களின் தன்மை காண,	$\Delta = b^2 - 4ac$
	$\Delta > 0$ எனில்	**மூலங்கள் மெய் , சமமில்லை**
	$\Delta = 0$ எனில்	**மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம்**
	$\Delta < 0$ எனில்	**மெய் மூலம் இல்லை**
5	மூலங்களுக்கும், கெழுக்களுக்கும் இடையேயான தொடர்பு	$\alpha+\beta = \frac{-b}{a}$
		$\alpha\beta = \frac{c}{a}$
6	$\alpha^2+\beta^2$	$(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$
7	$(\alpha-\beta)^2$	$(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta$
8	$\alpha^3+\beta^3$	$(\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta)$
9	$\alpha^3-\beta^3$	$(\alpha-\beta)^3 + 3\alpha\beta(\alpha-\beta)$
10	$\alpha^4+\beta^4$	$(\alpha^2+\beta^2)^2 - 2(\alpha\beta)^2$

இயல் 4 - வடிவியல்

1	அடிப்படை விகிதசம தேற்றம் (அ) தேல்ஸ் தேற்றம்	$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$
2	கோண இருசமவெட்டி தேற்றம்	$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$
3	பிதாகரஸ் தேற்றம் (அ) பௌதானியன் தேற்றம்	$AB^2 + AC^2 = BC^2$
4	சீவாஸ் தேற்றம்	$\frac{BD}{DC}\,X\,\frac{CE}{EA}\,X\,\frac{AF}{FB} = 1$

இயல் 5 - ஆயத்தொலை வடிவியல்

1	இரு புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு	d=$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
2	நடுப்புள்ளி (மையப்புள்ளி)	$\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$
3	நடுக்கோட்டு மையம்	$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$
4	உட்புறமாக பிரிக்கும் புள்ளி	$\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n},\frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$
5	வெளிப்புறமாக பிரிக்கும் புள்ளி	$\left(\frac{mx_2-nx_1}{m-n},\frac{my_2-ny_1}{m-n}\right)$
6	முக்கோணத்தின் பரப்பளவு	$\frac{1}{2}\{(x_1y_2+x_2y_3+x_3y_1)-(x_2y_1+x_3y_2+x_1y_3)\}$
7	நாற்கரத்தின் பரப்பளவு	$\frac{1}{2}\{(x_1y_2+x_2y_3+x_3y_4+x_4y_1)+(x_2y_1+x_3y_2+x_4y_3+x_1y_4)\}$
	சாய்வு காண சூத்திரங்கள்:	
8	இரு புள்ளிகள் கொடுக்கப்பட்டால்,	m= $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
9	கோண அளவு கொடுக்கப்பட்டால்,	m = tan θ
10	ஒரு நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு கொடுக்கபட்டால்,	m = $\frac{\text{-x இன் கெழு}}{\text{y இன் கெழு}}$
11	இரு நேர்க்கோடுகள் இணை எனில்,	$m_1 = m_2$ (or) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}$
12	இரு நேர்க்கோடுகள் செங்குத்து எனில்,	m_1 x m_2 = -1 (or) $a_1a_2 = b_1b_2$=0
13	x அச்சுக்கு இணையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு	y = b
14	y அச்சுக்கு இணையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு	x = a
15	**ax + by + c =0** என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையான கோட்டின் சமன்பாடு	ax + by + k =0
16	**ax + by + c =0** என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு செங்குத்தான கோட்டின் சமன்பாடு	bx - ay + k =0

	நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு காண சூத்திரங்கள்:	
17	சாய்வு - வெட்டுத்துண்டு வடிவம்	$y=mx + c$
18	புள்ளி - சாய்வு வடிவம்	$y - y_1 = m (x - x_1)$
19	இரு புள்ளி வடிவம்	$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
20	வெட்டுத்துண்டு வடிவம்	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

இயல் - 6 : முக்கோணவியல்

$\sin\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{கர்ணம்}}$	$\text{cosec}\,\theta = \frac{\text{கர்ணம்}}{\text{எதிர்பக்கம்}}$	$\sin(90 - \theta) = \cos\theta$	$\cos(90 - \theta) = \sin\theta$
$\cos\theta = \frac{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}{\text{கர்ணம்}}$	$\sec\theta = \frac{\text{கர்ணம்}}{\text{அடுத்துள்ளபக்கம்}}$	$\text{cosec}(90 - \theta) = \sec\theta$	$\sec(90 - \theta) = \text{cosec}\,\theta$
$\tan\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$	$\cot\theta = \frac{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}{\text{எதிர்பக்கம்}}$	$\tan(90 - \theta) = \cot\theta$	$\cot(90 - \theta) = \tan\theta$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$
$1 + \cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta$

முக்கோணவியல் அட்டவணை

θ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	வரையறுக்க இயலாது
$\text{cosec}\,\theta$	வரையறுக்க இயலாது	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
$\sec\theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	வரையறுக்க இயலாது
$\cot\theta$	வரையறுக்க இயலாது	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

இயல் 7 - அளவியல்

	உருளை	
1	உருளையின் வளைபரப்பு	$2\pi rh$
2	உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு	$2\pi r(h+r)$
3	உருளையின் கனஅளவு	πr^2h
	உள்ளீடற்ற உருளை	
4	உள்ளீடற்ற உருளையின் வளைபரப்பு	$2\pi(R+r)h$
5	உள்ளீடற்ற உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு	$2\pi(R+r)(h+R-r)$
6	உள்ளீடற்ற உருளையின் கனஅளவு	$\pi(R^2 - r^2)h$
	கூம்பு	
7	கூம்பின் வளைபரப்பு	πrl $(l^2=r^2+h^2)$
8	கூம்பின் மொத்த புறப்பரப்பு	$\pi r(l+r)$
9	கூம்பின் கனஅளவு	$\frac{1}{3}\pi r^2h$
	இடைக்கண்டம்	
10	இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு	$\pi(R+r)l$ $(l^2=(R-r)^2+h^2)$
11	இடைக்கண்டத்தின் மொத்த புறப்பரப்பு	$\pi(R+r)l + \pi R^2 + \pi r^2$
12	இடைக்கண்டத்தின் கனஅளவு	$\frac{1}{3}\pi h\,(R^2 + r^2 + Rr)$
	கோளம்	
13	கோளத்தின் வளைபரப்பு	$4\,\pi r^2$
14	கோளத்தின் மொத்த புறப்பரப்பு	$4\,\pi r^2$
15	கோளத்தின் கனஅளவு	$\frac{4}{3}\pi r^3$

	உள்ளீடற்ற கோளம்	
16	உள்ளீடற்ற கோளத்தின் வளைபரப்பு	$4\pi R^2$
17	உள்ளீடற்ற கோளத்தின் மொத்தபுறப்பரப்பு	$4\pi(R^2 + r^2)$
18	உள்ளீடற்ற கோளத்தின கனஅளவு	$\frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$
	அரைக்கோளம்	
19	அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு	$2\pi r^2$
20	அரைக்கோளத்தின் மொத்த புறப்பரப்பு	$3\pi r^2$
21	அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு	$\frac{2}{3}\pi r^3$
	உள்ளீடற்ற அரைக்கோளம்	
22	உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு	$2\pi(R^2 + r^2)$
23	உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் மொத்த புறப்பரப்பு	$\pi(3R^2 + r^2)$
24	உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு	$\frac{2}{3}\pi(R^3 - r^3)$
	கனச்சதுரம்	
25	கனச்சதுரத்தின் பக்கப்பரப்பு	$4a^2$
26	கனச்சதுரத்தின் மொத்தப் பரப்பு	$6a^2$
27	கனச்சதுரத்தின் கனஅளவு	a^3
	கனச்செவ்வகம்	
28	கனச்செவ்வகத்தின் பக்கப்பரப்பு	$2h(l+b)$
29	கனச்செவ்வகத்தின் மொத்தப்பரப்பு	$2(lb+bh+lh)$
30	கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவு	lbh

இயல் - 8 : புள்ளியியலும், நிகழ்தகவும்

1	சராசரி	$\frac{\Sigma x}{n}$
2	வீச்சு	$L - S$
3	வீச்சுக்கெழு	$\frac{L - S}{L + S}$
	திட்டவிலக்கம் (தொகுக்கப்படாத தரவுகள்)	
4	நேரடி முறை	$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2}$
5	கூட்டு சராசரி முறை	$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}}$ d=x-$\bar{x}$
6	ஊகச் சராசரி முறை	$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$ d= x-A
7	படி விலக்க முறை	$\sigma = c \times \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$ $d = \frac{x-A}{c}$
	திட்டவிலக்கம் (தொகுக்கப்பட்ட தரவுகள்)	
8	நேரடி முறை	$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{\Sigma f}}$
9	ஊகச் சராசரி முறை	$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}\right)^2}$ d= x-A
10	படி விலக்க முறை	$\sigma = c \times \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}\right)^2}$ $d = \frac{x-A}{c}$
11	முதல் n இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம்	$\sigma = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}}$
12	மாறுபாட்டுக் கெழு	$C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$

13	$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$
14	$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
15	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
16	$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$
17	$P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$
18	$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$