பகுதி - IV 8 மதிப்பெண் வினாக்கள் - வரைபடம்

பயிற்சி 3.15

மாறுபாட்டின் வகை	சமன்பாடு	வரைபடம்
நேர்மாறுபாடு	$\frac{y}{x} = k$	நேர்க்கோடு
எதிர் மாறுபாடு	$xy = k$	நேர்கோடற்ற **வளைவரையாக** அமையும். இது செவ்வக அதிபரவளையம் ஆகும்.

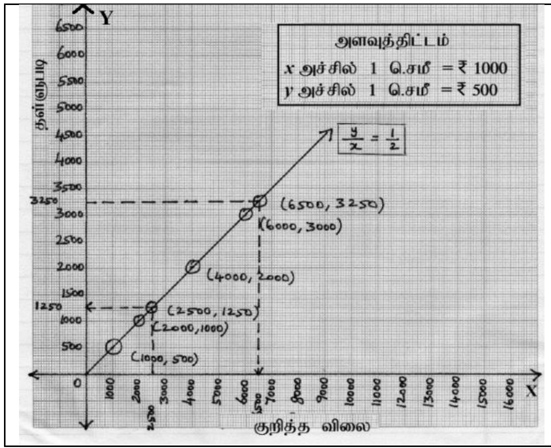
1. ஒரு துணிக்கடையானது தனது வாடிக்கையாளர்களுக்கு வாங்கும் ஒவ்வொரு பொருளின் மீதும் 50% தள்ளுபடியை அறிவிக்கிறது. குறித்த விலைக்கும் தள்ளுபடிக்குமான வரைபடம் வரைக. மேலும் (i) வரைபடத்திலிருந்து, ஒரு வாடிக்கையாளர் ₹3250ஐ தள்ளுபடியாகப் பெற்றால் குறித்த விலையை காண்க. (ii) குறித்த விலையானது ₹2500 எனில், தள்ளுபடியைக் காண்க.

X அச்சு → குறித்த விலை, Y அச்சு → தள்ளுபடி, கொடுக்கப்பட்டது: தள்ளுபடி 50%

$\frac{50}{100} = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad k = \frac{1}{2}$ நேர்மாறுபாடு: $\frac{y}{x} = k$

குறித்த விலை (X)	1000	2000	2500	4000	6000	6500
தள்ளுபடி (Y)	500	1000	1250	2000	3000	3250

$$\frac{y}{x} = \frac{500}{1000} = \frac{1000}{2000} = \frac{1250}{2500} = \frac{2000}{4000} = \frac{3000}{6000} = \frac{3250}{6500}$$



குறித்த விலை ₹1000 என்க.

தள்ளுபடி 50%

$\Rightarrow 1000 \times \frac{1}{2} = 500$

i) $y = 3250$ எனில். $x = ?$

$\frac{y}{x} \Rightarrow \frac{3250}{x} = \frac{1}{2}$

$2 \times 3250 = x$

$x = 6500 \Rightarrow (6500, 3250)$

ii) $x = 2500$ எனில், $y = ?$

$\frac{y}{x} \Rightarrow \frac{y}{2500} = \frac{1}{2}$

$2y = 2500$

$y = \frac{2500}{2} = 1250$

$(2500, 1250)$

இது போன்ற கணக்குகள் சுயமாக பயிற்சி செய்யவும்.

எ.கா.3.47: வர்ஷிகா வெவ்வேறு அளவுகளில் 6 வட்டங்களை வரைந்தாள். அட்டவணையில் உள்ளவாறு, ஒவ்வொரு வட்டத்தின் விட்டத்திற்கும் சுற்றளவிற்குமான ஒரு வரைபடம் வரையவும். அதனைப் பயன்படுத்தி, விட்டமானது 6 செ.மீ ஆக இருக்கும் போது வட்டத்தின் சுற்றளவைக் காண்க. **(APR-23)**

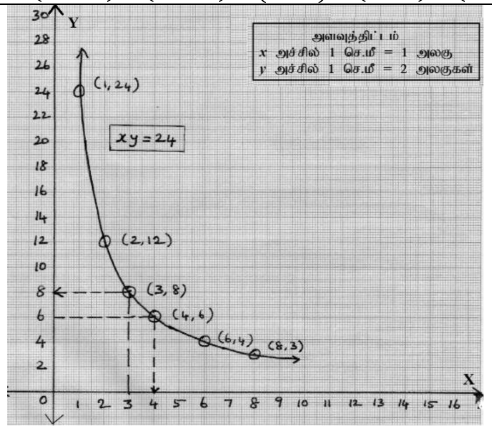
விட்டம் (x) செ.மீ	1	2	3	4	5
சுற்றளவு (y) செ.மீ	3.1	6.2	9.3	12.4	15.5

2. $xy = 24, x, y > 0$ என்ற வரைபடத்தை வரைக. வரைபடத்தை பயன்படுத்தி, (i) $x = 3$ எனில் y -ஐக் காண்க மற்றும் (ii) $y = 6$ எனில் x -ஐக் காண்க.

$xy = 24 \Rightarrow y = \frac{24}{x}$, எதிர்மாறுபாடு: $xy = k$

x	1	2	3	4	6	8
y	24	12	8	6	4	3

$xy = (1 \times 24) = (2 \times 12) = (3 \times 8) = (4 \times 6) = (6 \times 4) = (8 \times 3) = 24 \Rightarrow \quad k = 24$



தீர்வு:

i) $x = 3, y = ?$

$3(y) = 24$

$y = \frac{24}{3} = 8$

$(\mathbf{3, 8})$

ii) $y = 6, x = ?$

$x(6) = 24$

$x = \frac{24}{6} = 4$

$(\mathbf{4, 6})$

3. $y = \frac{1}{2}x$ என்ற நேரிய சமன்பாட்டின் / சார்பின் வரைபடம் வரைக. விகிதசம மாறிலியை அடையாளம் கண்டு, அதனை வரைபடத்துடன் சரிபார்க்க. மேலும் (i) $x = 9$ எனில் y ஐக் காண்க. (ii) $y = 7.5$ எனில் x ஐக் காண்க. JUN-23

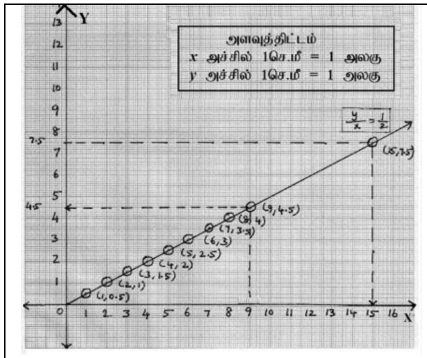
நேரியசமன்பாடு $y = \frac{1}{2}x$ விகிதசம மாறிலி: $\frac{y}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{y}{x} = k \Rightarrow \; k = \frac{1}{2}$ (அ) 0.5

நேர்மாறுபாடு:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	15
y	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	7.5

$$\frac{y}{x} = \frac{0.5}{1} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{2.5}{5} = \frac{3}{6} = \frac{3.5}{7} = \frac{4}{8} = \frac{4.5}{9} = \frac{7.5}{15} = \frac{1}{2}$$

$\frac{y}{x} = \frac{1}{2} \;\Rightarrow x = 1$ எனில், $2y = x \;\Rightarrow y = \frac{1}{2}$ (அ) 0.5



தீர்வு:

i) $x = 9$ எனில், $y = ?$

$y = \frac{x}{2} = \frac{9}{2}$

$y = 4.5$

$(9, 4.5)$

ii) $y = 7.5$ எனில், $x = ?$

$y = \frac{x}{2} = 7.5$

$2 \times 7.5 = x$

$x = 15$

$(15, 7.5)$

4. **ஒரு தொட்டியை நிரப்பத் தேவையான குழாய்களின் எண்ணிக்கையும் அவை எடுத்துக்கொள்ளும் நேரமும் பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.**

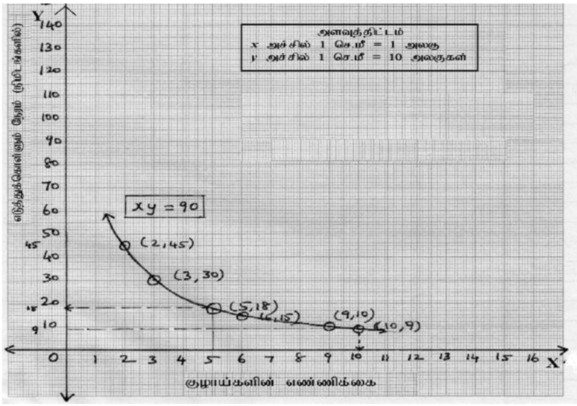
குழாய்களின் எண்ணிக்கை (x)	2	3	6	9
எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் (y) நிமிடங்களில்	45	30	15	10

மேற்காணும் தரவுகளுக்கு வரைபடம் வரைந்து, (i) 5 குழாய்களை பயன்படுத்தினால், தொட்டி நிரம்ப எடுத்துக்கொள்ளப்பட்ட நேரத்தைக் காண்க. (ii) 9 நிமிடங்களில் தொட்டி நிரம்பினால், பயன்படுத்தப்பட்ட குழாய்களின் எண்ணிக்கையை காண்க.

குழாய்களின் எண்ணிக்கை (x)	2	3	6	9
எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் (y) நிமிடங்களில்	45	30	15	10

எதிர்மாறுபாடு: $xy = k$,

$$(2 \times 45) = (3 \times 30) = (6 \times 15) = (9 \times 10) \Rightarrow k = xy = 90$$



தீர்வு:

i) $x = 5$ எனில் $y = ?$

$5(y) = 90$

$y = \frac{90}{5} = 18$ நிமிடங்கள். $(\mathbf{5}, \mathbf{18})$

ii) $y = 9$ எனில் $x = ?$

$x(9) = 90$

$x = \frac{90}{9} = 10$ குழாய்கள் $(\mathbf{10}, \mathbf{9})$

இது போன்ற கணக்குகள்
சுயமாக பயிற்சி செய்யவும்.

எ.கா.3.49: ஒரு நிறுவனமானது தொடக்கத்தில் 40 வேலையாள்களுடன் 150 நாள்களில் ஒரு வேலையை முடிக்க தொடங்கியது. பிறகு, வேலையை விரைவாக முடித்திட பின்வருமாறு வேலையாள்களை அதிகரித்தது.

வேலையாள்களின் எண்ணிக்கை (x)	40	50	60	75
நாள்களின் எண்ணிக்கை (y)	150	120	100	80

(i) மேலேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு வரைபடம் வரைந்து மாறுபாட்டின் வகையை அடையாளம் காண்க.

(ii) வரைபடத்திலிருந்து, நிறுவனமானது 120 வேலையாள்களை வேலைக்கு அமர்த்த விரும்பினால், வேலை முடிய எத்தனை நாள்கள் ஆகும் எனக் காண்க.

(iii) வேலையானது 200 நாள்களில் முடிய வேண்டும் எனில், எத்தனை வேலையாள்கள் தேவை?

5. **ஒரு பள்ளியானது, குறிப்பிட்ட சில போட்டிகளுக்கு, பரிசுத் தொகையினை எல்லா பங்கேற்பாளர்களுக்கும் பின்வருமாறு சமமாக பிரித்து வழங்குவதாக அறிவிக்கிறது.**

பங்கேற்பாளர்களின் எண்ணிக்கை (x)	2	4	6	8	10
ஒவ்வொரு பங்கேற்பாளரின் தொகை ₹ (y)	180	90	60	45	36

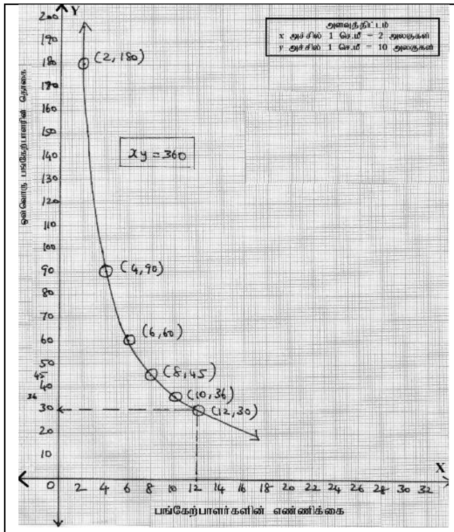
(i) விகிதசம மாறிலியைக் காண்க.

(ii) மேற்காணும் தரவுகளுக்கு வரைபடம் வரைந்து, 12 பங்கேற்பாளர்கள் பங்கெடுத்து கொண்டால் ஒவ்வொரு பங்கேற்பாளரும் பெறும் பரிசுத் தொகை எவ்வளவு என்பதைக் காண்க

பங்கேற்பாளர்களின் எண்ணிக்கை (x)	2	4	6	8	10
ஒவ்வொரு பங்கேற்பாளரின் தொகை ₹ (y)	180	90	60	45	36

எதிர்மாறுபாடு: $xy = k$

$$(2 \times 180) = (4 \times 90) = (6 \times 60) = (8 \times 45) = (10 \times 36) = 360 \Rightarrow k = xy$$



தீர்வு:

(i) விகிதசம மாறிலி $k = 360$

(ii) $x = 12$ எனில் $y = ?$

$12(y) = 360$

$y = \frac{360}{12}$

$= ₹\ 30$

(12,30)

இது போன்ற கணக்குகள்
சுயமாக பயிற்சி செய்யவும்.

எ.கா.3.50: நிஷாந்த், 12 கி.மீ தூரத்திற்கான மாரத்தான் ஓட்டத்தின் வெற்றியாளர் ஆவார். அவர் மணிக்கு 12கி.மீ என்ற சீரான வேகத்தில் ஓடி, இலக்கினை 1 மணி நேரத்தில் அடைந்தார். அவரைத் தொடர்ந்து ஆராதனா, ஜெயந்த், சத்யா மற்றும் சுவேதா ஆகியோர் முறையே 6 கி.மீ/மணி, 4 கி.மீ/மணி, 3 கி.மீ/மணி மற்றும் 2 கி.மீ/மணி என்ற வேகத்தில் ஓடி வந்தனர். அவர்கள் அந்த தூரத்தை முறையே 2 மணி, 3 மணி, 4 மணி மற்றும் 6 மணி நேரத்தில் அடைந்தனர்.

வேகம் - நேரம் வரைபடம் வரைந்து அதனைப் பயன்படுத்தி, மணிக்கு 2.4 கி.மீ/ மணி வேகத்தில் சென்ற கௌசிக் எடுத்துக் கொண்ட நேரத்தைக் காண்க.

6. **பேருந்து நிலையம் அருகே உள்ள இரு சக்கர வாகனம் நிறுத்துமிடத்தில் பெறப்படும் கட்டணத்தொகை பின்வருமாறு**

நேரம்(மணியில்) (x)	4	8	12	24
கட்டணத்தொகை ₹ (y)	60	120	180	360

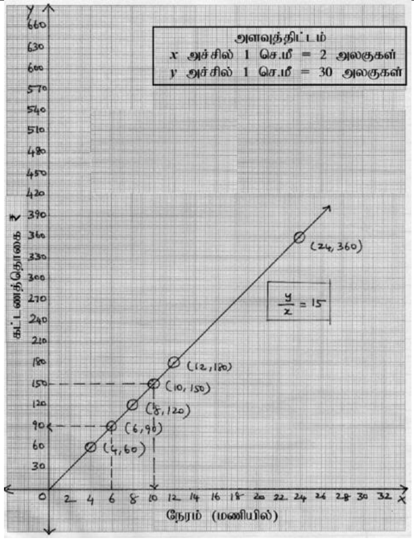
பெறப்படும் கட்டணத் தொகையானது வாகனம் நிறுத்தப்படும் நேரத்திற்கு நேர் மாறுபாட்டில் உள்ளதா அல்லது எதிர் மாறுபாட்டில் உள்ளதா என ஆராய்க. கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளை வரைபடத்தில் குறிக்கவும். மேலும் (i) நிறுத்தப்படும் நேரம் 6 மணி எனில், கட்டணத் தொகையைக் காண்க. (ii) ₹ 150 ஐ கட்டணத் தொகையாகச் செலுத்தி இருந்தால், நிறுத்தப்பட்ட நேரத்தின் அளவைக் காண்க.

நேரம்(மணியில்) (x)	4	8	12	24
கட்டணத்தொகை ₹ (y)	60	120	180	360

நேர்மாறுபாடு: $\frac{y}{x} = k$

$$\frac{y}{x} = \frac{60}{4} = \frac{120}{8} = \frac{180}{12} = \frac{360}{24} = 15$$

$$k = 15$$



தீர்வு:

i) $x = 6$ எனில், $y = ?$

$\frac{y}{x} = 15$

$\frac{y}{6} = 15$

$y = 15 \times 6$

$y = 90$

$(\mathbf{6, 90})$

ii) $y = 150$ எனில், $x = ?$

$\frac{150}{x} = 15$

$150 = 15x$

$x = \frac{150}{15}$

$x = 10$ மணி நேரம்

$(\mathbf{10, 150})$

இது போன்ற கணக்குகள்
சுயமாக பயிற்சி செய்யவும்.

எ.கா.3.48: ஒரு பேருந்து மணிக்கு 50 கி.மீ/மணி என்ற சீரான வேகத்தில் பயணிக்கிறது. இத்தொடர்புக்கான தூரம் - நேரம் வரைபடம் வரைந்து, பின்வருவனவற்றைக் காண்க. (i) விகிதசம மாறிலியைக் காண்க. (ii) 90 நிமிடங்களில் பயணிக்கும் தூரம் எவ்வளவு? (iii) 300 கி.மீ தூரத்தை பயணிக்க எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?

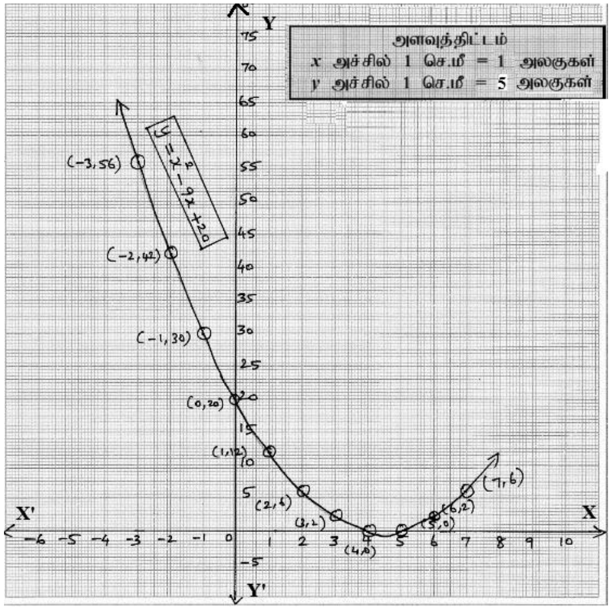
பயிற்சி 3.16

1. **கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாடுகளின் வரைபடம் வரைக. அவற்றின் தீர்வுகளின் தன்மையைக் கூறுக.** JUL-22

(i) $x^2 - 9x + 20 = 0$

$y = x^2 - 9x + 20$										
x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
x^2	9	4	1	0	1	4	9	16	25	36
$-9x$	27	18	9	0	-9	-18	-27	-36	-45	-54
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
$y = x^2 - 9x + 20$	56	42	30	20	12	6	2	0	0	2

புள்ளிகள் : $(-3,56), (-2,42), (-1,30), (0,20), (1,12), (2,6), (3,2), (4,0), (5,0), (6,2)$



தீர்வு $x = \{4, 5\}$ **மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமற்றவை.**

இது போன்ற கணக்குகள்
சுயமாக பயிற்சி செய்யவும்.

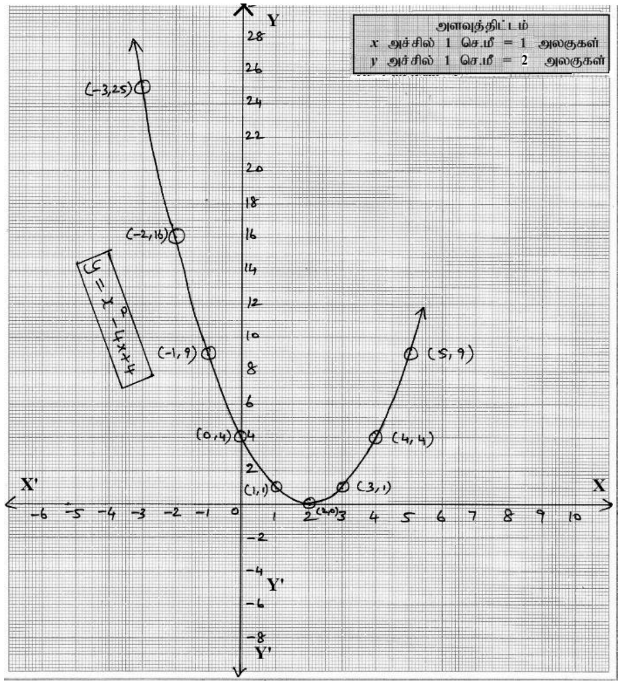
1. கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாடுகளின் வரைபடம் வரைக. அவற்றின் தீர்வுகளின் தன்மையைக் கூறு (iv) $x^2 - 9 = 0$ (vi) $(2x - 3)(x + 2) = 0$

எ.கா.3.51: பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளின் தன்மையை வரைபடம் மூலம் ஆராய்க. (i) $x^2 + x - 12 = 0$ **(SEP-20, 21)**

(ii) $x^2 - 4x + 4 = 0$ MAY-22

$y = x^2 - 4x + 4$									
x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x^2	9	4	1	0	1	4	9	16	25
$-4x$	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16	-20
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
$y = x^2 - 4x + 4$	25	16	9	4	1	0	1	4	9

புள்ளிகள் : $(-3,25), (-2,16), (-1,9), (0,4), (1,1), (2,0), (3,1), (4,4), (5,9)$



தீர்வு : $x = \{2,0\}$ **மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமானவை**

இது போன்ற கணக்குகள்
சுயமாக பயிற்சி செய்யவும்.

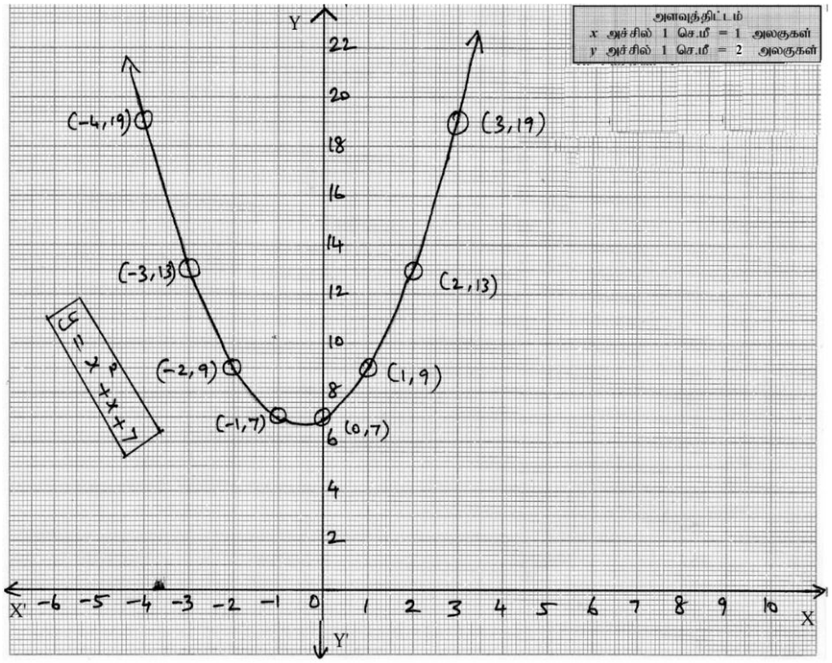
1. கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாடுகளின் வரைபடம் வரைக. அவற்றின் தீர்வுகளின் தன்மையைக் கூறு (v) $x^2 - 6x + 9 = 0$

எ.கா.3.51: பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளின் தன்மையை வரைபடம் மூலம் ஆராய்க. (ii) $x^2 - 8x + 16 = 0$

(iii) $x^2 + x + 7 = 0$

$y = x^2 + x + 7$								
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
7	7	7	7	7	7	7	7	7
$y = x^2 + x + 7$	19	13	9	7	7	9	13	19

புள்ளிகள் : $(-4,19), (-3,13), (-2,9), (-1,7), (0,7), (1,9), (2,13), (3,19)$



தீர்வு : **மூலங்கள் மெய்யல்ல.**

இது போன்ற கணக்குகள்
சுயமாக பயிற்சி செய்யவும்.

எ.கா.3.51: பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளின் தன்மையை வரைபடம் மூலம் ஆராய்க. (iii) $x^2 - 8x + 16 = 0$

3. $\boldsymbol{y = x^2 + x}$ **–யின் வரைபடம் வரைந்து,** $\boldsymbol{x^2 + 1 = 0}$ **என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.**

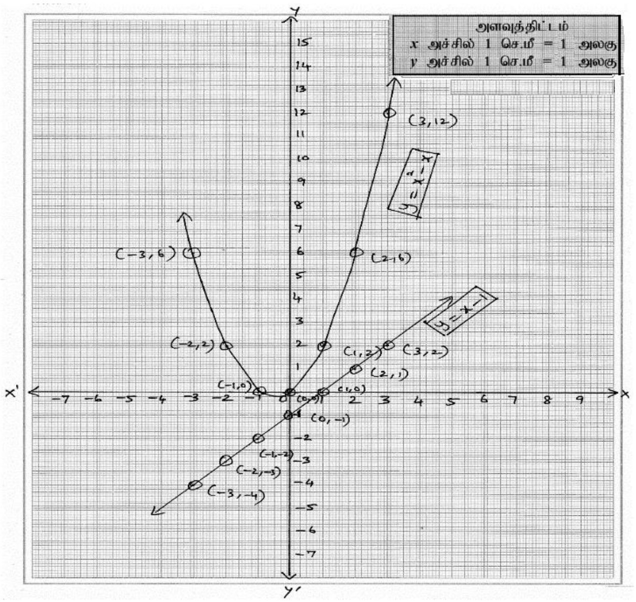
$y = x^2 + x$							
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2 + x$	6	2	0	0	2	6	12

புள்ளிகள் : $(-3,6), (-2,2), (-1,0), (0,0), (1,2), (2,6), (3,12)$

$y = x^2 + x + 0$
$0 = x^2 + 0x + 1$
$(-) \quad (-)$
$y = \quad x - 1$

$y = x - 1$							
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2

புள்ளிகள் : $(-3,-4), (-2,-3), (-1,-2), (0,-1), (1,0), (2,1), (3,2)$



தீர்வு : **மூலங்கள் மெய்யல்ல.**

இது போன்ற கணக்குகள்
சுயமாக பயிற்சி செய்யவும்.

எ.கா.3.53: $y = x^2 + 4x + 3$-ன் வரைபடம் வரைந்து அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 + x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வைக் காண்க.

4. $\boldsymbol{y = x^2 + 3x + 2}$ **–யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி** $\boldsymbol{x^2 + 2x + 1 = 0}$ **என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.** PTA-5

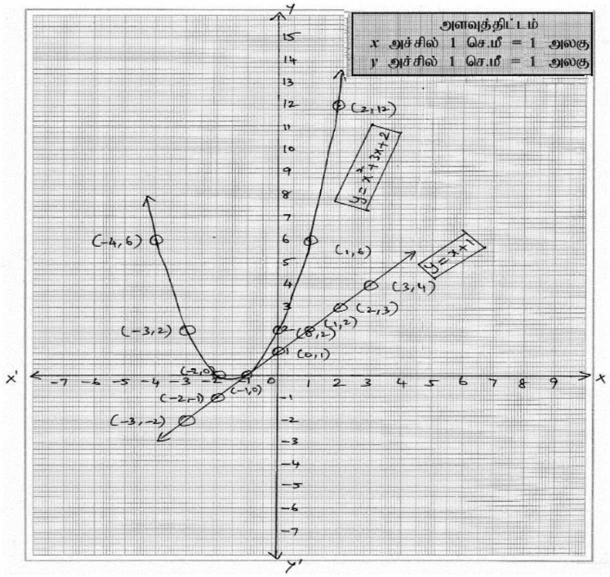
$y = x^2 + 3x + 2$								
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9
$3x$	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9
2	2	2	2	2	2	2	2	2
$y = x^2 + 3x + 2$	6	2	0	0	2	6	12	20

புள்ளிகள் : $(-4,6), (-3,2), (-2,0), (-1,0), (0,2), (1,6), (2,12), (3,20)$

$y = x^2 + 3x + 2$
$0 = x^2 + 2x + 1$
$(-) \quad (-) \quad (-)$
$y = \quad x + 1$

$y = x + 1$							
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
1	1	1	1	1	1	1	1
y	-2	-1	0	1	2	3	4

புள்ளிகள் : $(-3,-2), (-2,-1), (-1,0), (0,1), (1,2), (2,3), (3,4)$



தீர்வு : $\boldsymbol{\{-1, 0\}}$

இது போன்ற கணக்குகள்
சுயமாக பயிற்சி செய்யவும்.

எ.கா.3.55: $y = x^2 - 4x + 3$-யின் வரைபடம் வரைந்து அதன் மூலம் $x^2 - 6x + 9 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும். **(MAY-22, JUL-22)**

5. $y = x^2 + 3x - 4$ –யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 + 3x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும். SEP-21

$y = x^2 + 3x - 4$								
x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2
x^2	25	16	9	4	1	0	1	4
$3x$	−15	−12	−9	−6	−3	0	3	6
-4	−4	−4	−4	−4	−4	−4	−4	−4
$y = x^2 + 3x - 4$	6	0	−4	−6	−6	−4	0	6

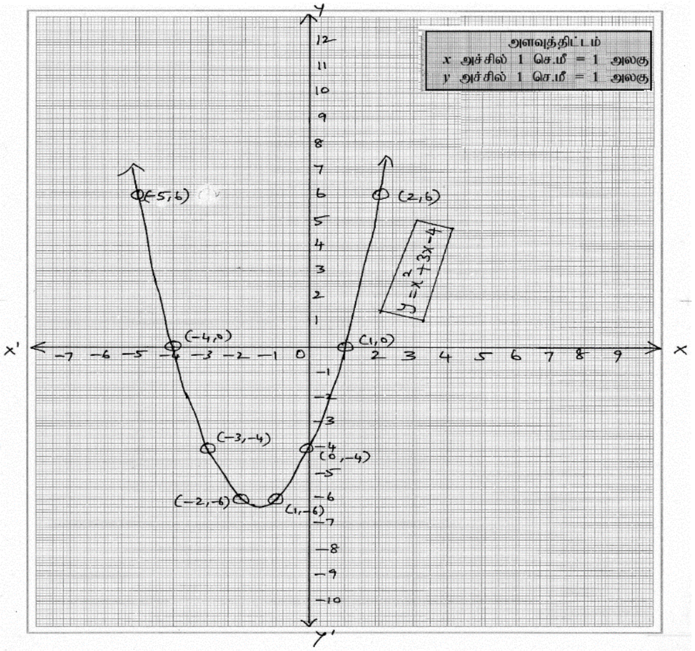
புள்ளிகள்: $(-5,6), (-4,0), (-3,-4), (-2,-6), (-1,-6), (0,-4), (1,0), (2,6)$

$y = x^2 + 3x - 4$

$0 = x^2 + 3x - 4$

(−) (−) (+)

$y = 0$



தீர்வு : $x = \{-4, 1\}$

இது போன்ற கணக்குகள்
சுயமாக பயிற்சி செய்யவும்.

எ.கா.3.54: $y = x^2 + x - 2$-ன் வரைபடம் வரைந்து அதன் மூலம் $x^2 + x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டினைத் தீர்க்கவும். **(PTA-1)**

7. $y = 2x^2 - 3x - 5$–யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $2x^2 - 4x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும். PTA-3, SEP-20

$y = 2x^2 - 3x - 5$								
x	−2	−1	0	1	2	3	4	5
x^2	4	1	0	1	4	9	16	25
$2x^2$	8	2	0	2	8	18	32	50
$-3x$	6	3	0	−3	−6	−9	−12	−15
-5	−5	−5	−5	−5	−5	−5	−5	−5
$y = 2x^2 - 3x - 5$	9	0	−5	−6	−3	4	15	30

புள்ளிகள்: $(-2,9), (-1,0), (0,-5), (1,-6), (2,-3), (3,4), (4,15), (5,30)$

$y = 2x^2 - 3x - 5$

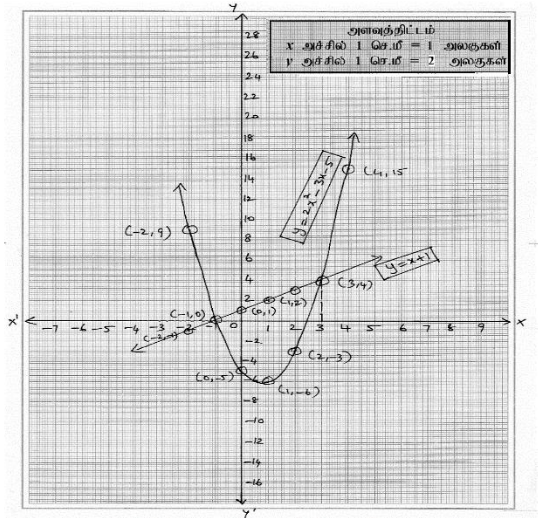
$0 = 2x^2 - 4x - 6$

(−) (+) (+)

$y = x + 1$

x	−2	−1	0	1	2	3
1	1	1	1	1	1	1
$y = x + 1$	−1	0	1	2	3	4

புள்ளிகள்: $(-2,-1), (-1,0), (0,1), (1,2), (2,3), (3,4)$



தீர்வு : $\{-1, 3\}$

இது போன்ற கணக்குகள்
சுயமாக பயிற்சி செய்யவும்.

2. $y = x^2 - 4$ வரைபடம் வரைந்து, பயன்படுத்தி $x^2 - x - 12 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும். **(JUN-23)**
6. $y = x^2 - 5x - 6$ –யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 - 5x - 14 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும். **(APR-23, PTA-2, 6)**
8. $y = (x-1)(x+3)$ –யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 - x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

எ.கா.3.52: $y = 2x^2$ என்ற வரைபடம் வரைந்து அதன் மூலம் $2x^2 - x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க. **(PTA-4)**