பத்தாம் வகுப்பு – கணிதம்
ஐந்து மதிப்பெண் வினா – விடைகள்

01. A என்பது 8ஐ விட குறைவான இயல் எண்களின் கணம். B என்பது 8ஐ விட குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில் $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ என்பதை சரிபார்க்க.

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{2, 3, 5, 7\}$

$C = \{ 2 \}$

$\underline{(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)}$

$(A \cap B) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{2, 3, 5, 7\}$
$= \{2, 3, 5, 7\}$

$(A \cap B) \times C = \{2, 3, 5, 7\} \times \{ 2 \}$
$= \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$ ......①

$A \times C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{ 2 \}$
$= \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$

$B \times C = \{\{2, 3, 5, 7\} \times \{ 2 \}$
$= \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$

$(A \times C) \cap (B \times C)$
$= \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$ ......②

① = ② நிறுவப்பட்டது.

02. A என்பது 8ஐ விட குறைவான இயல் எண்களின் கணம். B என்பது 8ஐ விட குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில் $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$ என நிறுவுக..

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{2, 3, 5, 7\}$

$C = \{ 2 \}$

$\underline{A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)}$

$(B - C) = \{2, 3, 5, 7\} - \{ 2 \}$
$= \{ 3, 5, 7\}$

$A \times (B - C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{ 3, 5, 7\}$
$= \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$ ......①

$(A \times B) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{2, 3, 5, 7\}$
$= \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 2), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 2), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$

$A \times C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{ 2 \}$
$= \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$

$(A \times B) - (A \times C) = (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$ ......②

①= ② நிறுவப்பட்டது.

03. $A = \{ x \in W / x < 2\}$, $B = \{ x \in N / 1 < x \leq 4\}$, $C = \{3, 5\}$ எனில் $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என நிறுவுக.

$A = \{0, 1\}$

$B = \{2, 3, 4\}$

$C = \{ 3, 5 \}$

$\underline{A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)}$

$(B \cup C) = \{2, 3, 4\} \cup \{ 3, 5 \}$
$= \{2, 3, 4, 5\}$

$A \times (B \cup C) = \{0, 1\} \times \{2, 3, 4, 5\}$
$= \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\}$ ... ①

$(A \times B) = \{0, 1\} \times \{2, 3, 4\}$
$\{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$

$(A \times C) = \{0, 1\} \times \{ 3, 5 \}$
$= \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\}$ ... ②

①= ② நிறுவப்பட்டது.

04. $A = \{ x \in W / x < 2\}$, $B = \{ x \in N / 1 < x \leq 4\}$, $C = \{3, 5\}$ எனில் $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என நிறுவுக.

$A = \{0, 1\}$

$B = \{2, 3, 4\}$

$C = \{3, 5\}$

$\underline{A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)}$

$(B \cap C) = \{2, 3, 4\} \cap \{3, 5\} = \{ 3 \}$

$A \times (B \cap C) = \{0, 1\} \times \{ 3 \} = \{(0, 3), (1, 3)\}$ ... ①

$(A \times B) = \{0, 1\} \times \{2, 3, 4\}$

$= \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$

$(A \times C) = \{0, 1\} \times \{3, 5\}$

$= \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{ (0, 3), (1, 3)\}$ ... ②

① = ② நிறுவப்பட்டது.

05. $A = \{ x \in W / x < 2\}$, $B = \{ x \in N / 1 < x \leq 4\}$, $C = \{3, 5\}$ எனில் $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ என நிறுவுக.

$A = \{0, 1\}$

$B = \{2, 3, 4\}$

$C = \{ 3, 5 \}$

$\underline{(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)}$

$A \cup B = \{0, 1\} \cup \{2, 3, 4\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$(A \cup B) \times C = \{0, 1, 2, 3, 4\} \times \{ 3, 5 \}$

$= \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$ ..... ①

$(A \times C) = \{0, 1\} \times \{ 3, 5 \}$

$= \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$(B \times C) = \{2, 3, 4\} \times \{ 3, 5 \}$

$= \{(2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$

$(A \times C) \cup (B \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5) (4, 3), (4, 5) \}$ ..... ②

① = ② நிறுவப்பட்டது.

06. $A = \{5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, $C = \{5, 6, 7\}$ எனில் $(A \times A) = (B \times B) \cap (C \times C)$ எனக் காட்டுக.

$A = \{5, 6\}$,

$B = \{4, 5, 6\}$,

$C = \{5, 6, 7\}$

$\underline{(A \times A) = (B \times B) \cap (C \times C)}$

$A \times A = \{5, 6\} \times \{5, 6\}$

$= \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$ . . . . ①

$B \times B = \{4, 5, 6\} \times \{4, 5, 6\}$

$= \{(4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

$C \times C = \{5, 6, 7\} \times \{5, 6, 7\}$

$= \{(5, 5), (5, 6), (5, 7), (6, 5), (6, 6), (6, 7), (7, 5), (7, 6), (7, 7)\}$

$(B \times B) \cap (C \times C) = \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$ .... ②

① = ② நிறுவப்பட்டது.

07. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, $C = \{3, 4\}$, $D=\{1, 3, 5\}$ எனில் $(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$ எனக் காட்டுக.

$A = \{1, 2, 3\}$,

$B = \{2, 3, 5\}$,

$C = \{3, 4\}$,

$D = \{1, 3, 5\}$

$\underline{(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)}$

$A \cap C = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{ 3 \}$

$B \cap D = \{2, 3, 5\} \cap \{1, 3, 5\} = \{3, 5\}$

$(A \cap C) \times (B \cap D) = \{ 3 \} \times \{3, 5\}$

$= \{(3, 3), (3, 5)\}$ . . . . ①

$A \times B = \{1, 2, 3\} \times \{2, 3, 5\}$

$= \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5)\}$

$C \times D = \{3, 4\} \times \{1, 3, 5\}$

$= \{(3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5)\}$

$(A \times B) \cap (C \times D) = \{(3, 3), (3, 5)\}$ . . . . ②

① = ② நிறுவப்பட்டது.

08. $A = \{x \in N / 1 < x < 4\}$, $B = \{x \in W / 0 \le x < 2\}$ மற்றும் $C = \{x \in N / x < 3\}$ எனில் $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என நிறுவுக.

$A = \{2, 3\}$

$B = \{0, 1\}$

$C = \{1, 2\}$

$\underline{A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)}$

$B \cup C = \{0, 1\} \cup \{1, 2\} = \{0, 1, 2\}$

$A \times (B \cup C) = \{2, 3\} \times \{0, 1, 2\}$

$= \{(2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2)\}$ . . . . ①

$A \times B = \{2, 3\} \times \{0, 1\}$

$= \{(2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1)\}$

$A \times C = \{2, 3\} \times \{1, 2\}$

$= \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$

$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2)\}$ . . . . ②

① = ② நிறுவப்பட்டது.

09. $A = \{x \in N / 1 < x < 4\}$, $B = \{x \in W / 0 \le x < 2\}$ மற்றும் $C = \{x \in N / x < 3\}$ எனில் $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என நிறுவுக.

$A = \{2, 3\}$

$B = \{0, 1\}$

$C = \{1, 2\}$

$\underline{A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)}$

$B \cap C = \{0, 1\} \cap \{1, 2\} = \{1\}$

$A \times (B \cap C) = \{2, 3\} \times \{1\}$

$= \{(2, 1), (3, 1)\}$ . . . . ①

$A \times B = \{2, 3\} \times \{0, 1\}$

$= \{(2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1)\}$

$A \times C = \{2, 3\} \times \{1, 2\}$

$= \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(2, 1), (3, 1)\}$ . . . . ②

① = ② நிறுவப்பட்டது.

10. $A = \{3, 4, 7, 8\}$, $B = \{1, 7, 10\}$ எனில் கீழ் உள்ள கணங்களில் எவை A-லிருந்து B-க்கான உறவு ஆகும் எனக் காண்க.

(i) $R_1 = \{(3, 7), (4, 7), (7, 10), (8, 1)\}$

(ii) $R_2 = \{(3, 1), (4, 12)\}$

(iii) $R_3 = \{(3, 7), (4, 10), (7, 7), (7, 8), (8, 11), (8, 7), (8, 10)\}$

$A = \{3, 4, 7, 8\}$,

$B = \{1, 7, 10\}$

$A \times B = \{3, 4, 7, 8\} \times \{1, 7, 10\}$

$= \{(3, 1), (3, 7), (3, 10), (4, 1), (4, 7), (4, 10), (7, 1), (7, 7), (7, 10), (8, 1), (8, 7), (8, 10)\}$

(i) R_1 உறவு ஆகும்

(ii) R_2 உறவு இல்லை

(iii) R_3 உறவு இல்லை

11. $A = \{1, 2, 3, 7\}$ மற்றும் $B = \{3, 0, -1, 7\}$ எனில் எவை A-லிருந்து B-க்கான உறவாகும்?

(i) $R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$, (ii) $R_2 = \{(-1\ 1)\}$

(iii) $R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$

(iv) $R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$

$A = \{1, 2, 3, 7\}$

$B = \{3, 0, -1, 7\}$

$A \times B = \{1, 2, 3, 7\} \times \{3, 0, -1, 7\}$

$= \{(1, 3), (1, 0), (1, -1), (1\ 7), (2, 3), (2, 0), (2, -1), (2, 7), (3, 3), (3, 0), (3, -1), (3, 7), (7, 3), (7, 0), (7, -1), (7, 7)\}$

(i) R_1 உறவு இல்லை

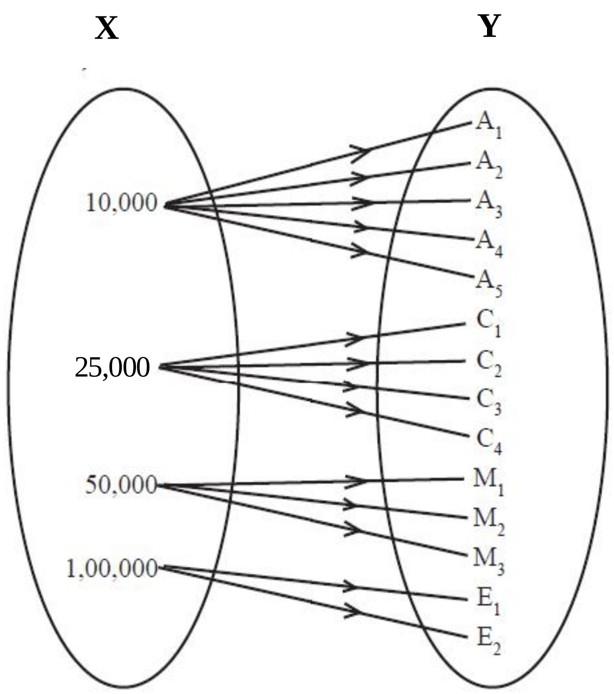
(ii) R_2 உறவு இல்லை

(iii) R_3 உறவு ஆகும்

(iv) R_4 உறவு இல்லை

12. ஒரு நிறுவனத்தில் உதவியாளர்கள் (A), எழுத்தர்கள் (C), மேலாளர்கள் (M) மற்றும் நிர்வாகிகள் (E) ஆகிய நான்கு பிரிவுகளில் பணியாளர்கள் உள்ளனர். A, C, M மற்றும் E பிரிவு பணியாளர்களுக்கு ஊதியங்கள் முறையே ரூ. 10,000,ரூ. 25,000, ரூ. 50,000 மற்றும் ரூ. 1,00,000 ஆகும். A_1, A_2, A_3, A_4, மற்றும் A_5 ஆகியோர் உதவியாளர்கள். C_1, C_2, C_3, C_4 ஆகியோர் எழுத்தர்கள். M_1, M_2, M_3 ஆகியோர்கள் மேலாளர்கள் மற்றும் E_1, E_2 ஆகியோர் நிர்வாகிகள் ஆவர். xRy என்ற உறவில் x என்பது y என்பவருக்குக் கொடுக்கப்பட்ட ஊதியம் எனில் R-என்ற உறவை, வரிசைச் சோடிகள் மூலமாகவும் அம்புக்குறி படம் மூலமாகவும் குறிப்பிடுக.

அம்புக்குறி படம்



வரிசை சோடி கணம்

R = {(10,000, A_1), (10,000, A_2), (10,000, A_3), (10,000, A_4), (10,000, A_5), (25,000, C_1), (25,000, C_2), (25,000, C_3), (25,000, C_4), (50,000, M_1), (50,000, M_2), (50,000, M_3), (1,00,000, E_1), (1,00,000, E_2)}

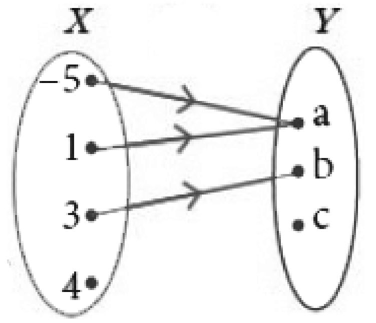
13. X = {-5, 1, 3, 4}, Y = {a, b, c} எனில் X-லிருந்து Y-க்கு பின்வரும் உறவுகளில் எவை சார்பு ஆகும்?

(i) R_1= {(-5, a), (1, a), (3, b)}

(ii) R_2= {(-5, b), (1, b), (3, a), (4, c)}

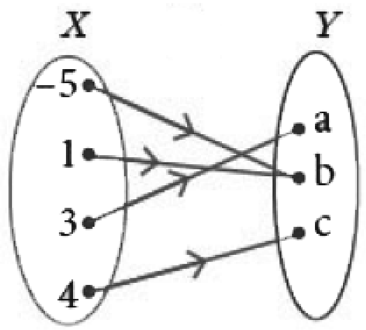
(iii) R_3= {(-5, a), (1, a), (3, b), (4, c), (1, b)}

(i) R_1= {(-5, a), (1, a), (3, b)}



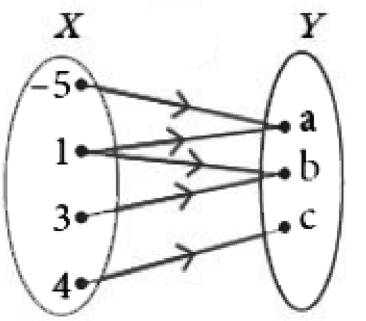
X-ல் உள்ள 4 என்ற உறுப்பிற்கு நிழல் உரு இல்லை. எனவே R_1 சார்பு அல்ல.

(ii) R_2= {(-5, b), (1, b), (3, a), (4, c)}



X-ல் உள்ள அனைத்து உறுப்புகளுக்கு ஒரே ஒரு நிழல் உரு உள்ளது. எனவே R_2 சார்பு ஆகும்.

(iii) R_3= {(-5, a), (1, a), (3, b), (4, c), (1, b)}



X-ல் உள்ள 1 என்ற உறுப்பிற்கு இரண்டு நிழல் உருக்கள் உள்ளன.. எனவே R_3 சார்பு அல்ல.

14. A = {1, 2, 3, 4}, B = {2, 5, 8, 11, 14} என்பன இரு கணங்கள் என்க. $f : A \to B$ எனும் சார்பு $f(x) = 3x - 1$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினை (i) அம்புக் குறிபடம் (ii) அட்டவணை (iii) வரிசை சோடி கணம் (iv) வரைபடம் ஆகிவற்றால் குறிக்க.

$f(x) = 3x - 1$

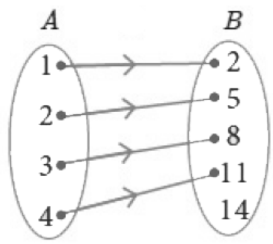
$f(1) = 3(1) - 1 = 2$

$f(2) = 3(2) - 1 = 5$

$f(3) = 3(3) - 1 = 8$

$f(4) = 3(4) - 1 = 11$

(i) அம்புக்குறிபடம்



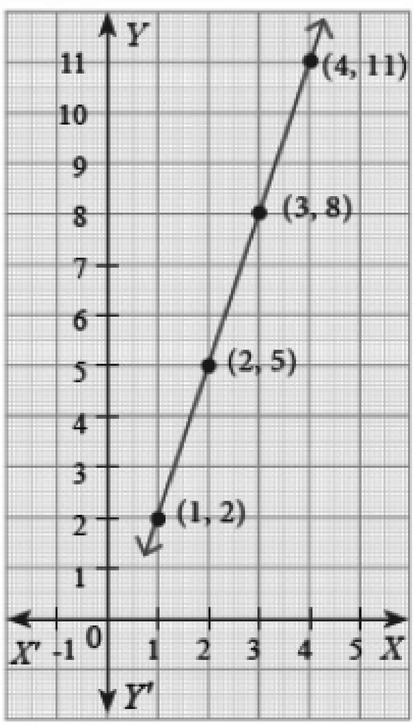
(ii) அட்டவணை

x	1	2	3	4
f(x)	2	5	8	11

(iii) வரிசை சோடி கணம்

f = { (1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11)}

(iv) வரைபடம்



15. $f : A \to B$ என்ற சார்பானது $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $A = \{2, 4, 6, 10, 12\}, B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$ ஆக இருக்கும் போது f –ஐ பின்வரும் முறைகளில் குறிக்க. (i) வரிசை சோடி கணம் (ii) அட்டவணை (iii) அம்புக் குறிபடம் (iv) வரைபடம்

$f(x) = \frac{x}{2} - 1$

$f(2) = \frac{2}{2} - 1 = 0$

$f(4) = \frac{4}{2} - 1 = 1$

$f(6) = \frac{6}{2} - 1 = 2$

$f(10) = \frac{10}{2} - 1 = 4$

$f(12) = \frac{12}{2} - 1 = 5$

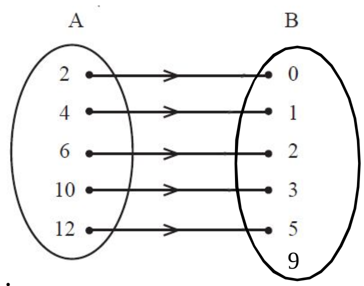
(i) வரிசை சோடி கணம்

f = { (2, 0), (4, 1), (6, 2), (10, 4), (12, 5)}

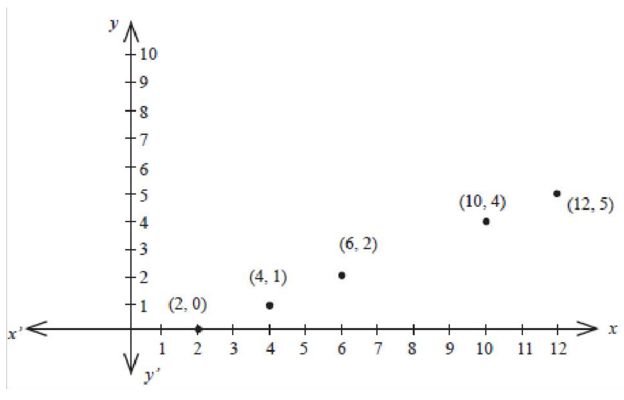
(ii) அட்டவணை

x	2	4	6	10	12
f(x)	0	1	2	4	5

(iii) அம்புக்குறிபடம்



(iv) வரைபடம்



16. $f : [-5, 9] \rightarrow R$ என்ற சார்பு பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$f(x) = \begin{cases} 6x+1; & -5 \leq x < 2 \\ 5x^2 - 1; & 2 \leq x < 6 \\ 3x-4; & 6 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $f(-3) + f(2)$ (ii) $f(7) - f(1)$ (iii) $2f(4) + f(8)$

(iv) $\dfrac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)}$

தீர்வு:

$$f(x) = \begin{cases} 6x+1; & -5 \leq x < 2 \\ 5x^2 - 1; & 2 \leq x < 6 \\ 3x-4; & 6 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

(i) $f(-3) + f(2)$

$f(x) = 6x + 1$

$f(-3) = 6(-3) + 1$

$= -18 + 1$

$= -17$

$f(x) = 5x^2 - 1$

$f(2) = 5(2)^2 - 1$

$= 20 - 1$

$= 19$

$f(-3) + f(2) = -17 + 19 = 2$

(ii) $f(7) - f(1)$

$f(x) = 3x - 4$

$f(7) = 3(7) - 4$

$= 21 - 4$

$= 17$

$f(x) = 6x + 1$

$f(1) = 6(1) + 1$

$= 6 + 1$

$= 7$

$f(7) - f(1) = 17 - 7 = 10$

(iii) $2f(4) + f(8)$

$f(x) = 5x^2 - 1$

$f(4) = 5(4)^2 - 1$

$= 5(16) - 1$

$= 80 - 1$

$= 79$

$f(x) = 3x - 4$

$f(8) = 3(8) - 4$

$= 24 - 4$

$= 20$

$2f(4) + f(8) = 2(79) + 20$

$= 158 + 20$

$= 178$

(iv) $\dfrac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)}$

$f(x) = 6x + 1$

$f(-2) = 6(-2) + 1$

$= -12 + 1$

$= -11$

$f(x) = 3x - 4$

$f(6) = 3(6) - 4$

$= 18 - 4$

$= 14$

$f(x) = 5x^2 - 1$

$f(4) = 5(4)^2 - 1$

$= 5(16) - 1 = 80 - 1$

$= 79$

$$\frac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)} = \frac{2(-11) - 14}{79 - 11}$$

$$= \frac{-22 - 14}{68}$$

$$= \frac{-\cancel{36}\ 9}{\cancel{68}\ 17}$$

$$= \frac{-9}{17}$$

17. f என்ற சார்பானது $f(x) = \begin{cases} x+2; & x > 1 \\ 2 & ; -1 \leq x \leq 1 \\ x-1; & -3 < x < -1 \end{cases}$ எனவரையறுக்கப்பட்டால் (i) $f(3)$ (ii) $f(0)$ (iii) $f(-1.5)$ (iv) $f(2) + f(-2)$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$f(x) = \begin{cases} x+2; & x > 1 \\ 2 & ; -1 \leq x \leq 1 \\ x-1; & -3 < x < -1 \end{cases}$$

(i) $f(3)$

$f(x) = x + 2$
$f(3) = 3 + 2$
$= 5$

(ii) $f(0)$

$f(x) = 2$
$f(0) = 2$

(iii) $f(-1.5)$

$f(x) = x - 1$
$f(-1.5) = -(1.5) - 1$
$= -2.5$

(iv) $f(2) + f(-2)$

$f(x) = x + 2$
$f(2) = 2 + 2$
$= 4$
$f(x) = x - 1$
$f(-2) = -2 - 1$
$= -3$
$f(2) + f(-2) = 4 - 3$
$= 1$

18. சார்பு $f: R \to R$ ஆனது $f(x) = \begin{cases} 2x+7; & x < -2 \\ x^2 - 2; & -2 \le x < 3 \\ 3x-2; & x \ge 3 \end{cases}$ என வரையறுக்கப்பட்டால் (i) $f(4)$ (ii) $f(-2)$ (iii) $f(4) + 2f(1)$ (iv) $\frac{f(1)-3f(4)}{f(-3)}$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு: $f(x) = \begin{cases} 2x+7; & x < -2 \\ x^2 - 2; & -2 \le x < 3 \\ 3x-2; & x \ge 3 \end{cases}$

(i) $f(4)$

$f(x) = 3x - 2$
$f(4) = 3(4) - 2$
$= 12 - 2$
$= 10$

(ii) $f(-2)$

$f(x) = x^2 - 2$
$f(-2) = (-2)^2 - 2$
$= 4 - 2$
$= 2$

(iii) $f(4) + 2f(1)$

$f(x) = 3x - 2$
$f(4) = 3(4) - 2$
$= 12 - 2$
$= 10$

(ii) $f(1)$

$f(x) = x^2 - 2$
$f(1) = 1^2 - 2$
$= 1 - 2$
$= -1$
$f(4) + 2f(1) = 10 + 2(-1)$
$= 10 - 2$
$= 8$

(iv) $\frac{f(1)-3f(4)}{f(-3)}$

$f(1) = 1$
$f(4) = 10$
$f(x) = 2x + 7$
$f(-3) = 2(-3) + 7$
$= -6 + 7$
$= 1$

$\frac{f(1)-3f(4)}{f(-3)} = \frac{-1-3(10)}{1}$
$= -1 - 30$
$= -31$

19. $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = 1 - 2x$ மற்றும் $h(x) = 3x$ எனில், $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$ என நிறுவுக.

$f \circ (g \circ h) = (2x + 3) \circ [(1 - 2x) \circ (3x)]$
$= (2x + 3) \circ [(1 - 2(3x)]$
$= (2x + 3) \circ (1 - 6x)$
$= 2(1 - 6x) + 3$
$= 2 - 12x + 3$
$= 5 - 12x$ .... ①

$(f \circ g) \circ h = [(2x + 3) \circ (1 - 2x)] \circ [3x]$
$= [2(1 - 2x) + 3] \circ [3x]$
$= [2 - 4x + 3] \circ [3x]$
$= [5 - 4x] \circ [3x]$
$= 5 - 4(3x)$
$= 5 - 12x$ .... ②

① = ② நிறுவப்பட்டது.

20. $f(x) = x - 1,\ g(x) = 3x + 1$ மற்றும் $h(x) = x^2$ எனில், $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ எனக் காட்டுக.

$(f \circ g) \circ h = [(x - 1) \circ (3x + 1)] \circ [x^2]$

$= [3x + 1 - 1)] \circ [x^2]$

$= [3x] \circ [x^2]$

$= 3x^2$ .... ①

$f \circ (g \circ h) = (x - 1) \circ [(3x + 1) \circ (x^2)]$

$= (x - 1) \circ [3x^2 + 1]$

$= 3x^2 + 1 - 1$

$= 3x^2$ .... ②

① = ② நிறுவப்பட்டது.

21. $f(x) = x^2,\ g(x) = 2x$ மற்றும் $h(x) = x + 4$ எனில், $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ எனக் காட்டுக.

$(f \circ g) \circ h = [(x^2) \circ (2x)] \circ [x + 4]$

$= (2x)^2 \circ (x + 4)$

$= (4x^2) \circ (x + 4)$

$= 4(x + 4)^2$ .... ①

$f \circ (g \circ h) = (x^2) \circ [(2x) \circ (x + 4)]$

$=(x^2) \circ [2(x + 4)]$

$= (x^2) \circ 2(x + 4)]$

$=[2(x + 4)]^2$

$= 4(x + 4)^2$ .... ②

① = ② நிறுவப்பட்டது.

22. $f(x) = x - 4,\ g(x) = x^2$ மற்றும் $h(x) = 3x - 5$ எனில், $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ எனக் காட்டுக.

$(f \circ g) \circ h = [(x - 4) \circ (x^2)] \circ [3x - 5]$

$= (x^2 - 4) \circ (3x - 5)$

$= (3x - 5)^2 - 4$ .... ①

$f \circ (g \circ h) = (x - 4) \circ [(x^2) \circ (3x - 5)]$

$= (x - 4) \circ [(3x - 5)^2]$

$= (3x - 5)^2 - 4$ .... ②

① = ② நிறுவப்பட்டது.

23. $f(x) = 3x + 1,\ g(x) = x + 3$ ஆகியவை இரு சார்புகள். மேலும் $gff(x) = fgg(x)$ எனில், x-ஐக் காண்க.

$gff(x) = (x + 3) \circ [(3x + 1) \circ (3x + 1)]$

$= (x + 3) \circ [3(3x + 1) + 1]$

$= (x + 3) \circ [9x + 3 + 1]$

$= (x + 3) \circ [9x + 4]$

$= 9x + 4 + 3$

$= 9x + 7$

$fgg(x) = (3x + 1) \circ [(x + 3) \circ (x + 3)]$

$= (3x + 1) \circ [(x + 3) + 3]$

$= (3x + 1) \circ [x + 3 + 3]$

$= (3x + 1) \circ [x + 6]$

$= 3(x + 6) + 1$

$= 3x + 18 + 1$

$= 3x + 19$

$\Rightarrow \quad 9x + 7 = 3x + 19$

$9x - 3x = 19 - 7$

$6x = 12$

$x = 2$

24. தடயவியல் விஞ்ஞானிகள், தொடை எலும்புகளைக் கொண்டு ஒருவருடைய உயரத்தை (செ.மீட்டரில்) கணக்கிடுகிறார்கள். அவர்கள் பொதுவாக, $h(b) = 2.47b + 54.10$ என்ற சார்பை இதற்குப் பயன்படுத்துகிறார்கள். இங்கு. b ஆனது தொடை எலும்பின் நீளமாகும்.

(i) h ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றானதா எனச் சரிபார்க்க.

(ii) தொடை எலும்பின் நீளம் 50 செ.மீ எனில், அந்த நபரின் உயரத்தைக் காண்க.

(iii) நபரின் உயரம் 147.96 செ.மீ எனில், அவர் தொடை எலும்பின் நீளத்தைக் காண்க.

(i) $h(b_1) = h(b_2)$ என்க.

$2.47b_1 + 54.10 = 2.47b_2 + 54.10$

$b_1 = b_2$

h ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு

(ii) $h(50) = 2.47(50) + 54.10$

$= 123.50 + 54.10$

$= 177.60$ செ.மீ

(iii) $2.47(b) + 54.10 = 147.96$

$2.47(b) = 147.96 - 54.10$

$= 93.86$

$b = \frac{93.86}{2.47} = 38$ செ.மீ

25. t என்ற சார்பானது செல்சியஸில் (C) உள்ள வெப்பநிலையையும், பாரன்ஹீட்டில் (F) உள்ள வெப்பநிலையையும் இணைக்கும் சார்பாகும். மேலும் அது t (C)= F என வரையறுக்கப்பட்டால்,

(இங்கு $F = \frac{9}{5}C + 32$).

(i) t (0) (ii) t (28) (iii) t (-10)

(iv) t (C) = 212 ஆக இருக்கும்போது C-ன் மதிப்பு

(v)செல்சிஸ் மதிப்பும் பாரன்ஹீட் மதிப்பும் சமமாக இருக்கும்போது வெப்பநிலை ஆகியவற்றைக் காண்க.

(i) t (0) $= \frac{9}{5}(0) + 32$

$= 32^o$ F

(ii) t (28) $= \frac{9}{5}(28) + 32$

$= 50.4 + 32^o$

$= 82.4^o$ F

(iii) t (-10) $= \frac{9}{5}(-10) + 32$

$= -18 + 32^o$

$= 14^o$ F

(iv) $\frac{9}{5}C + 32 = 212$

$\frac{9}{5}C = 212 - 32$

$\frac{9}{5}C = 180$

$C = 100^o$ F

(v) $F = \frac{9}{5}F + 32$

$-32 = \frac{9}{5}F - F$

$-32 = \frac{9F - 5F}{5}$

$-32 = \frac{4F}{5}$

$F = -40^o$

26.ஒரு மின்சுற்றுக் கோட்பாட்டின்படி, $C(t)$ என்ற ஒரு நேரிய சுற்று, $C(at_1 + bt_2) = aC(t_1) + bC(t_2)$-ஐ பூர்த்தி செய்கிறது. மேலும் இங்கு a, b ஆகியவை மாறிலிகள் எனில், $C(t) = 3t$ ஆனது ஒரு நேரிய சுற்று எனக் காட்டுக.

$C(t) = 3t$

$aC(t_1) = a3t_1 = 3at_1$

$bC(t_2) = b3t_2 = 3bt_2$

$aC(t_1) + bC(t_2) = 3at_1 + 3bt_2$

$= 3(at_1 + bt_2)$

$= C[at_1 + bt_2]$

∴ ஒரு நேரிய சுற்று

27. ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் அமைந்த அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் 27 மற்றும் அவற்றின் பெருக்கல்பலன் 288 எனில் மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க.

மூன்று உறுப்புகள் a - d, a, a + d, என்க.

$a - d + a + a + d = 27$

$3a = 27$

$a = 9$

$(a - d) \times a \times (a + d) = 288$

$a(a^2 - d^2) = 288$

$9(9^2 - d^2) = 288$ 32

$81 - d^2 = 32$

$d^2 = 81 - 32$

$d^2 = 49$

$d = 7$

மூன்று உறுப்புகள் 2, 9, 16 அல்லது 16, 9, 2

28. ஒரு தாய் தன்னிடம் உள்ள ரூ. 207 ஐ கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் அமையும் மூன்று பாகங்களாகப் பிரித்து தனது மூன்று குழந்தைகளுக்கும் கொடுக்க விரும்பினார். அவற்றில் இரு சிறிய தொகைகளின் பெருக்கற்பலன் ரூ. 4623 ஆகும். ஒவ்வொரு குழந்தையும் பெறும் தொகையினைக் காண்க.

மூன்று தொகைகள் $a - d, a, a + d$ என்க.

$$a - d + a + a + d = 207$$

$$3a = 207$$

$$a = 69$$

$$(a - d) \times a = 4623$$

$$d = 2$$

மூன்று தொகைகள் ரூ. 67, ரூ. 69, ரூ. 71

29. ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் அடுத்தடுத்த நான்கு உறுப்புகளின் கூடுதல் 28 மற்றும் அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 276. அந்த நான்கு எண்களைக் காண்க.

நான்கு எண்கள் $a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$ என்க.

$$a - \cancel{3d} + a - \cancel{d} + a + \cancel{d} + a + \cancel{3d} = 28$$

$$4a = 28$$

$$a = 7$$

$$(a - 3d)^2 + (a - d)^2 + (a + d)^2 + (a + 3d)^2 = 276$$

$$d = 2$$

நான்கு எண்கள் 1, 5, 9, 13

30. 396, 504, 636 மீ.பொ.வ. காண்க.

$$a = bq + r$$

$$504 = 396(1)+108$$

$$r \neq 0$$

$$396 = 108(3) + 72$$

$$r \neq 0$$

$$108 = 72(1) + 36$$

$$r \neq 0$$

$$72 = 36 (2)+0$$

$$r = 0$$

$\therefore$ மீ.பொ.வ. = 36

$$636 = 36 (17) + 24$$

$$r \neq 0$$

$$24 = 12 (2) + 0$$

$$r = 0$$

$\therefore$ மீ.பொ.வ. = 12

31. 84, 90, 120 மீ.பொ.வ. காண்க.

$$a = bq + r$$

$$90 = 84(1)+6$$

$$r \neq 0$$

$$84 = 6 (14) + 0$$

$$r = 0$$

$\therefore$ மீ.பொ.வ. = 6

$$120 = 6 (20) + 0$$

$$r = 0$$

$\therefore$ மீ.பொ.வ. = 6

32. 300க்கும் 600க்கும் இடையே 7ஆல் வகுபடும் இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.

$$301 + 308 + 315 + \ldots + 595$$

$$a = 301,\ d = 7,\ l = 595$$

$$n = \frac{l-a}{d}+1$$

$$= \frac{595-301}{7}+1$$

$$= \frac{294}{7}+1$$

$$= 42 + 1$$

$$n = 43$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a+l]$$

$$= \frac{43}{2}[301+595]$$

$$= \frac{43}{2}\times 896$$

$$= 19264$$

33. 450க்குக் குறைவாக உள்ள அனைத்து ஒற்றை மிகை முழுக்களின் கூடுதல் காண்க.

$1 + 3 + 5 + . . . + 449$

$a = 1,\ d = 2,\ l = 449$

$$n = \frac{l-a}{d}+1 = \frac{449-1}{2}+1 = \frac{448}{2}+1 = 224 + 1$$

$$n = 225$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a+l] = \frac{225}{2}[1+449] = \frac{225}{2}\times 450 = 50625$$

34. 602க்கும் 902க்கும் இடையே 4ஆல் வகுபடாத இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.

$$\sum n = \frac{n(n+1)}{2}$$

<u>603 + 604 + 605 + . . . + 901</u>

$$= (1+2+3+....+901) - (1+2+3+....+602)$$

$$= \frac{901\times 902}{2} - \frac{602\times 603}{2}$$

$$= 406351 - 181503$$

$$= 224848$$

<u>604 + 608 + 612 + . . . + 900</u>

$a = 604,\ d = 4,\ l = 900$

$$n = \frac{l-a}{d}+1 = \frac{900-604}{4}+1 = \frac{296}{4}+1 = 74 + 1$$

$$n = 75$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a+l] = \frac{75}{2}[604+900] = \frac{75}{2}\times 1504 = 56400$$

தேவையான கூடுதல்

$$= 224848 - 56400$$

$$= 168448$$

35. S_1, S_2 மற்றும் S_3 என்பன முறையே ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் முதல் n, 2n மற்றும் 3n உறுப்புகளின் கூடுதல் ஆகும். $S_3 = 3[S_2 - S_1]$ என நிறுவுக.

$$S_1 = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d],\ S_2 = \frac{2n}{2}[2a+(2n-1)d]$$

$$S_3 = \frac{3n}{2}[2a+(3n-1)d]$$

$$S_2 - S_1 = \left(\frac{2n}{2}[2a+(2n-1)d]\right) - \left(\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]\right)$$

$$= \frac{n}{2}[2a+(3n-1)d]$$

$$3[S_2 - S_1] = \frac{3n}{2}[2a+(3n-1)d]$$

$= S_3$ நிறுவப்பட்டது.

36. 5 + 55 + 555 +. . . . . எனும் தொடரில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

$Sn = 5 + 55 + 555 + ...\ n$ உறுப்புகள்

$= 5\,(1+ 11 + 111 + ...\ n$ உறுப்புகள்)

$= \frac{5}{9}\,(9 + 99 + 999 + ...\ n$ உறுப்புகள்)

$= \frac{5}{9}\,[(10-1)+(100-1)+(1000-1)+ ....\ n$ உறுப்புகள்$]$

$= \frac{5}{9}\,[(10 + 100 + 1000 ....\ n$ உறுப்புகள்$) - n\,]$

$a = 10,\ r = 10$

$$Sn = \left[\frac{a(r^n - 1)}{r-1}\right]$$

$$Sn = \frac{5}{9}\left[\frac{10(10^n - 1)}{10-1} - n\right]$$

$$= \frac{5}{9}\left[\frac{10(10^n - 1)}{9} - n\right]$$

37. 3 + 33 + 333 +. . . . . எனும் தொடரில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

Sn = 3 + 33 + 333 + ... n உறுப்புகள்

= 3 (1+ 11 + 111 + ... n உறுப்புகள்)

= $\frac{3}{9}$ (9 + 99 + 999 + ... n உறுப்புகள்)

= $\frac{1}{3}$ [(10-1)+(100-1)+(1000-1)+ .... n உறுப்புகள்]

= $\frac{1}{3}$ [(10 + 100 + 1000 .... n உறுப்புகள்) - n]

$a = 10,\ r = 10$

$$Sn = \left[\frac{a(r^n - 1)}{r-1}\right]$$

$$Sn = \frac{1}{3}\left[\frac{10(10^n - 1)}{10-1} - n\right]$$

$$= \frac{1}{3}\left[\frac{10(10^n - 1)}{9} - n\right]$$

38. 0.4 + 0.44 + 0.444 + ... n உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க.

Sn = 0.4 + 0.44 + 0.444 + ... n உறுப்புகள் வரை

= 4 (0.1+ 0.11 + 0.111 + ... n உறுப்புகள் வரை)

= $\frac{4}{9}$ (0.9+ 0.99 + 0.999 + ... n உறுப்புகள் வரை)

= $\frac{4}{9}$ [(1-0.1)+(1-0.01)+(1-0.001)+ ..... n உறுப்புகள்)

= $\frac{4}{9}$ [n - ($\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\ldots\ldots$ n உறுப்புகள்)]

$a = \frac{1}{10},\ r = \frac{1}{10}$

$$Sn = \left[\frac{a(r^n - 1)}{r-1}\right]$$

$$Sn = n - \frac{\frac{1}{10}\left[\left(\frac{1}{10}\right)^n - 1\right]}{\frac{1}{10} - 1}$$

$$Sn = n + \frac{\frac{1}{10}\left[\left(\frac{1}{10}\right)^n - 1\right]}{\frac{9}{10}} = n + \frac{\left(\frac{1}{10}\right)^n - 1}{9}$$

39. 0.6666...... என்ற எண்ணின் விகிதமுறு வடிவம் காண்க.

x = 0.666.... என்க.

$10x$ = 6.666....

x = 0.666.... (-)

$9x$ = 6

$x = \frac{2}{3}$

$\therefore$ 0.666.... = $\frac{2}{3}$

40. $0.\overline{123}$ என்ற எண்ணின் விகிதமுறு வடிவம் காண்க.

x = $0.\overline{123}$ என்க.

= 0.123123123......

$1000x$ = 123.123123.....

x = 0.123123...... (-)

$999x$ = 123

$$x = \frac{123}{999} = \frac{41}{333}$$

$\therefore\ 0.\overline{123} = \frac{41}{333}$

41. $9^3 + 10^3 + \ldots\ldots + 21^3$ கூடுதல் காண்க.

$$\sum n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

$9^3 + 10^3 + \ldots\ldots + 21^3$

$= [1^3 + 2^3 + \ldots\ldots + 21^3] - [1^3 + 2^3 + \ldots\ldots + 8^3]$

$$= \left[\frac{21 \times 22}{2}\right]^2 - \left[\frac{8 \times 9}{2}\right]^2$$

$= (231)^2 - (36)^2$

$= 53361 - 1296$

$= 52065$

42. $10^3 + 11^3 + 12^3 + ... + 20^3$ கூடுதல் காண்க.

$$\sum n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

$10^3 + 11^3 + 12^3 + ... + 20^3$

$= [1^3 + 2^3 + ... + 20^3] - [1^3 + 2^3 + ... + 9^3]$

$$= \left[\frac{20\times 21}{2}\right]^2 - \left[\frac{9\times 10}{2}\right]^2$$

$= (210)^2 - (45)^2$

$= 44100 - 2025$

$= 42075$

43. $6^2 + 7^2 + 8^2 + ... + 21^2$ கூடுதல் காண்க.

$$\sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$6^2 + 7^2 + 8^2 + ... + 21^2$

$= [1^2 + 2^2 + ... + 21^2] - [1^2 + 2^2 + ... + 5^2]$

$$= \left[\frac{21\times 22\times 43}{6}\right] - \left[\frac{5\times 6\times 11}{6}\right]$$

$= 3311 - 55$

$= 3256$

44. $15^2 + 16^2 + 17^2 + ... + 28^2$ கூடுதல் காண்க.

$$\sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$15^2 + 16^2 + 17^2 + ... + 28^2$

$= [1^2 + 2^2 + ... + 28^2] - [1^2 + 2^2 + ... + 14^2]$

$$= \left[\frac{28\times 29\times 57}{6}\right] - \left[\frac{14\times 15\times 29}{6}\right]$$

$= 7714 - 1015$

$= 6699$

45. ரேகாவிடம் 10 செ.மீ, 11 செ.மீ, 12 செ.மீ, ... 24 செ.மீ பக்க அளவுள்ள 15 சதுர வடிவ வண்ணக் காகிதங்கள் உள்ளன. இந்த வண்ணக் காகிதங்களைக் கொண்டு எவ்வளவு பரப்பை அடைத்து அலங்கரிக்க முடியும்?

$$\sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$10^2 + 11^2 + 12^2 + ... + 24^2$

$= [1^2 + 2^2 + ... + 24^2] - [1^2 + 2^2 + ... + 9^2]$

$$= \left[\frac{24\times 25\times 49}{6}\right] - \left[\frac{9\times 10\times 19}{6}\right]$$

$= 4900 - 285$

$= 4615$ ச.செ.மீ

46. $5^2 + 10^2 + 15^2 + ... + 105^2$ கூடுதல் காண்க.

$$\sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$5^2 + 10^2 + 15^2 + ... + 105^2$

$= 5^2\, [1^2 + 2^2 + ... + 21^2]$

$$= \frac{25\times 21\times 22\times 43}{6}$$

$= 82775$

47) $64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1$ -ன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

$8x^2 - 1x + 1$

	x^4	x^3	x^2	x	c
$8x^2$	~~64~~	-16	+17	-2	+1
	~~64~~				
16 -1		~~-16~~	+17		
		~~-16~~	+ 1		
16 -2 +1			16	-2	+1
			16	-2	+1
				0	

வர்க்கமூலம் = $| 8x^2 - x + 1 |$

48) $x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9$ -ன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

$1x^2 - 6x + 3$

	x^4	x^3	x^2	x	c
$1x^2$	~~1~~	-12	+42	-36	+9
	~~1~~				
2 - 6		~~-12~~	+ 42		
		~~-12~~	+ 36		
2 -12 +3			+ 6	-36	+9
			+ 6	-36	+9
				0	

வர்க்கமூலம் = $| x^2 - 6x + 3 |$

49) $37x^2 - 28x^3 + 4x^4 + 42x + 9$ -ன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

$2x^2 - 7x - 3$

	x^4	x^3	x^2	x	c
$2x^2$	~~4~~	-28	+ 37	+ 42	+ 9
	~~4~~				
4 - 7		~~-28~~	+ 37		
		~~-28~~	+ 49		
4 -14 -3			-12	+ 42	+9
			-12	+ 42	+9
				0	

வர்க்கமூலம் = $| 2x^2 - 7x - 3 |$

50) $121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$ -ன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

$11x^2 - 9x - 12$

	x^4	x^3	x^2	x	c
$11x^2$	~~121~~	-198	- 183	+216	+144
	~~121~~				
22 - 9		~~-198~~	- 183		
		~~-198~~	+ 81		
22 -18 -12			-264	+216	+144
			-264	+216	+144
				0	

வர்க்கமூலம் = $| 11x^2 - 9x - 12 |$

51) $289x^4 - 612x^3 + 970x^2 - 684x + 361$ -ன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

$17x^2 - 18x + 19$

	x^4	x^3	x^2	x	c
$17x^2$	~~289~~	-612	+970	-684	+361
	~~289~~				
34 - 18		~~-612~~	+970		
		~~-612~~	+324		
34 -36 +19			+646	-684	+361
			+646	-684	+361
				0	

வர்க்கமூலம் = $| 17x^2 - 18x + 19 |$

52) $9x^4 + 12x^3 + 28x^2 + ax + b$ ஆனது முழு வர்க்கம் எனில் a, b மதிப்பு காண்க.

3 + 2 + 4

	x^4	x^3	x^2	x	c
3	9	+ 12	+ 28	a	b
	9				
6 +2		+ 12	+ 28		
		+ 12	+ 4		
6 +4 +4			+ 24	a	b
			+ 24	+ 16	+ 16
				0	

∴ $a = 16, \quad b = 16$

53) $4x^4 - 12x^3 + 37x^2 + bx + a$ ஆனது முழு வர்க்கம் எனில் a, b மதிப்பு காண்க.

2 - 3 + 7

	x^4	x^3	x^2	x	c
2	4	- 12	+ 37	b	a
	4				
4 -3		- 12	+ 37		
		- 12	+ 9		
4 - 6 +7			+ 28	b	a
			+ 28	- 42	+ 49
				0	

∴ $a = 49, b = -42$

54) $36x^4 - 60x^3 + 61x^2 - mx + n$ ஒரு முழு வர்க்கம் எனில் m, n மதிப்பு காண்க.

6   -5   +3

	x^4	x^3	x^2	x	c
6	~~36~~	-60	+61	$-m$	$+n$
	~~36~~				
12 -5		~~-60~~	+61		
		~~-60~~	+25		
12 -10 +3			+ 36	$- m$	$+n$
			+ 36	- 30	+ 9
				0	

∴ $m = 30, \quad n = 9$

55) $ax^4 + bx^3 + 361x^2 + 220x + 100$ ஒரு முழு வர்க்கம் எனில் a, b மதிப்பு காண்க.

10   +11   +12

	c	x	x^2	x^3	x^4
10	100	+220	+ 361	$+b$	$+a$
	100				
20 +11		+220	+ 361		
		+220	+ 121		
20 + 22 +12			+ 240	$+b$	$+a$
			+ 240	+264	+ 144
				0	

∴ $a = 144, \quad b = 264$

56) $x^4 - 8x^3 + mx^2 + nx + 16$ ஆனது முழு வர்க்கம் எனில் m, n மதிப்பு காண்க.

1   - 4   + 4

	x^4	x^3	x^2	x	c
1	1	- 8	$+ m$	$+n$	+16
	1				
2 -4		- 8	$+ m$		
		- 8	+ 16		
2 -8 +4			m - 16	$+n$	+16
			+ 8	- 32	+ 16
				0	

$m - 16 = 8$

$m = 8 + 16 = 24, \quad n = -32$

57) $3x^2 + 7x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β எனில் (i) $\dfrac{\alpha}{\beta} + \dfrac{\beta}{\alpha}$, (ii) $\dfrac{\alpha^2}{\beta} + \dfrac{\beta^2}{\alpha}$ மதிப்பு காண்க.

$3x^2 + 7x - 2 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

a = 3, b = 7, c = -2

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-7}{3}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-2}{3}$$

(i) $$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$

(ii) $$\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{(\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}$$

58) $x^2 + 7x + 10 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β எனில் (i) $\alpha^2 + \beta^2$, (ii) $\alpha^3 - \beta^3$, (iii) $\dfrac{\alpha}{\beta} + \dfrac{\beta}{\alpha}$, (iv) $\dfrac{\alpha^2}{\beta} + \dfrac{\beta^2}{\alpha}$ மதிப்பு காண்க.

$x^2 + 7x + 10 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

a = 1, b = 7, c = 10

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-7}{1} = -7$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{10}{1} = 10$$

(i) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

(ii) $\alpha^3-\beta^3=(\alpha-\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha-\beta)$

(iii) $\dfrac{\alpha}{\beta}+\dfrac{\beta}{\alpha} = \dfrac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$

$= \dfrac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

(iv) $\dfrac{\alpha^2}{\beta}+\dfrac{\beta^2}{\alpha} = \dfrac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha\beta}$

$= \dfrac{(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}$

59) $2x^2 - 7x + 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β எனில் (i) $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}$, (ii) $\dfrac{\alpha}{\beta}+\dfrac{\beta}{\alpha}$ மதிப்பு காண்க.

$2x^2 - 7x + 5 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

a = 2, b = - 7, c = 5

$\alpha+\beta = \dfrac{-b}{a} = \dfrac{7}{2}$

$\alpha\beta = \dfrac{c}{a} = \dfrac{5}{2}$

(i) $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta} = \dfrac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}$

(iii) $\dfrac{\alpha}{\beta}+\dfrac{\beta}{\alpha} = \dfrac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$

$= \dfrac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

60) $x^2 + 6x - 4 = 0$ ன் மூலங்கள் α, β எனில் (i) α^2, β^2 (ii) $\dfrac{2}{\alpha}+\dfrac{2}{\beta}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடி சமன்பாட்டைக் காண்க.

$x^2 + 6x - 4 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

a = 1, b = 6, c = -4

$\alpha+\beta = \dfrac{-b}{a} = \dfrac{-6}{1} = -6$

$\alpha\beta = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-4}{1} = -4$

சமன்பாடு:

x^2 – (மூலங்களின் கூடுதல்) x + மூலங்களின் பெருக்கல் = 0

61) $2x^2 - x - 1 = 0$ ன் மூலங்கள் α, β எனில் (i) $\dfrac{1}{\alpha}, \dfrac{1}{\beta}$ (ii) $\alpha^2\beta, \beta^2\alpha$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடி சமன்பாட்டைக் காண்க.

$2x^2 - x - 1 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

a = 2, b = -1, c = -1

$\alpha+\beta = \dfrac{-b}{a} = \dfrac{1}{2}$

$\alpha\beta = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-1}{2}$

சமன்பாடு:

x^2 – (மூலங்களின் கூடுதல்) x + மூலங்களின் பெருக்கல் = 0

62) $2x^2$ எண்ணிக்கையுடைய கருப்பு தேனீக்களின் கூட்டத்திலிருந்து கூட்டத்தின் பாதியில் வர்க்கமூல எண்ணிக்கை கொண்ட தேனீக்கள் ஒரு மரத்துக்குச் செல்கின்றன. மீண்டும் கூட்டத்திலிருந்து ஒன்பதில் எட்டுப் பங்கு கொண்ட தேனீக்கள் அதே மரத்துக்குச் செல்கின்றன. மீதமுள்ள இரண்டு தேனீக்கள் மணம் கமழும் மலரில் சிக்கிக் கொண்டன எனில், மொத்த தேனீக்களின் எண்ணிக்கை எத்தனை?

$2x^2 - x - \frac{8}{9}(2x^2) = 2$

$2x^2 - x - \frac{16x^2}{9} = 2$

$\frac{18x^2 - 9x - 16x^2}{9} = 2$

$2x^2 - 9x = 18$

$2x^2 - 9x - 18 = 0$

$(2x + 3)(x - 6) = 0$

$x = 6$

தேனீக்களின் எண்ணிக்கை $= 2(6)^2 = 2(36) = 72$

63. ஓர் இடத்தில் x^2 அன்னாங்கள் கூட்டங்கள் இருந்தன. மேகங்கள் கூடியதால், $10x$ அன்னாங்கள் ஏரிக்குச் சென்றன. எட்டில் ஒரு பங்கு தோட்டத்திற்குப் பறந்தன. மீதமுள்ள மூன்று ஜோடிகள் நீரில் விளையாடின எனில், மொத்த அன்னாங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

$x^2 - 10x - \frac{1}{8}x^2 = 6$

$\frac{8x^2 - 80x - 1x^2}{8} = 6$

$7x^2 - 80x = 48$

$7x^2 - 80x - 48 = 0$

$x = 12$

தேனீக்களின் எண்ணிக்கை $= 12^2 = 144$

நினைவுக்காக...

இருபடி சமன்பாடு

x^2 - (மூலங்களின் கூடுதல்)x + (மூலங்களின் பெருக்கல்) = 0

மூலங்களின் கூடுதல் $= \frac{-b}{a}$

மூலங்களின் பெருக்கல் $= \frac{c}{a}$

மூலங்களின் தன்மை

$b^2 - 4ac = 0$ எனில் மூலங்கள் மெய், சமம்.

$b^2 - 4ac = +ve$ எனில் மூலங்கள் மெய், சமமல்ல.

$b^2 - 4ac = -ve$ எனில் மூலங்கள் கற்பனை.

64) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ எனில் $A(B + C) = AB + AC$ என்பதைச் சரிபார்.

$$B + C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A(B + C) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2-3 & 2+18 & 4+15 \\ 10+1 & 10-6 & 20-5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 20 & 19 \\ 11 & 4 & 15 \end{pmatrix} \quad ....①$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+9 & -1+15 & 2+6 \\ 5-3 & -5-5 & 10-2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 10 & 14 & 8 \\ 2 & -10 & 8 \end{pmatrix}$$

$$AC = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-12 & 3+3 & 2+9 \\ 5+4 & 15-1 & 10-3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -11 & 6 & 11 \\ 9 & 14 & 7 \end{pmatrix}$$

$$AB + AC = \begin{pmatrix} 10 & 14 & 8 \\ 2 & -10 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -11 & 6 & 11 \\ 9 & 14 & 7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 20 & 19 \\ 11 & 4 & 15 \end{pmatrix} \quad ....②$$

① = ② நிறுவப்பட்டது.

65) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் A(B + C) = AB + AC என்பதைச் சரிபார்.

$$B + C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A(B + C) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6-1 & 8+4 \\ 6-3 & -8+12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad ....①$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-4 & 2+2 \\ -1-12 & -2+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -13 & 4 \end{pmatrix}$$

$$AC = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7+3 & 6+2 \\ 7+9 & -6+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 0 \end{pmatrix}$$

$$AB + AC = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -13 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad ....②$$

① = ② நிறுவப்பட்டது.

66) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $(AB)^T = B^T A^T$ என நிறுவுக.

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-2+0 & -1+8+2 \\ 4+1+0 & -2-4+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 9 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 9 & -4 \end{pmatrix} \quad ....①$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-2+0 & 4+1+0 \\ -1+8+2 & -2-4+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 9 & -4 \end{pmatrix} \quad ....②$$

① = ② நிறுவப்பட்டது.

67) $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ எனில் $(AB)^T = B^T A^T$ என நிறுவுக.

$$AB = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5+2+45 & 35+4-9 \\ 1+2+40 & 7+4-8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 52 & 30 \\ 43 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} 52 & 43 \\ 30 & 3 \end{pmatrix} \quad ....①$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 7 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 2 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$$

$$B^TA^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 7 & 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 2 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5+2+45 & 1+2+40 \\ 35+4-9 & 7+4-8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 52 & 43 \\ 30 & 3 \end{pmatrix} ....②$$

① = ② நிறுவப்பட்டது.

68) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $A^2 - 5A + 7I_2 = O$ என நிறுவுக.

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9-1 & 3+2 \\ -3-2 & -1+4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - 5A + 7I_2 = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + 7\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -15 & -5 \\ 5 & -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O$$ நிறுவப்பட்டது.

69) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ எனில்

$(A - B)^T = A^T - B^T$ என நிறுவுக.

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(A - B)^T = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \quad ....①$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A^T - B^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \quad ....②$$

① = ② நிறுவப்பட்டது.

70) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில்

A (BC) = (AB) C என நிறுவுக.

$$BC = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8+0 & 0+0 \\ 2+5 & 0+10 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8+14 & 0+20 \\ 8+21 & 0+30 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 22 & 20 \\ 29 & 30 \end{pmatrix} \quad ....①$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4+2 & 0+10 \\ 4+3 & 0+15 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 7 & 15 \end{pmatrix}$$

$$(AB)C = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 7 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 12+10 & 0+20 \\ 14+15 & 0+30 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 22 & 20 \\ 29 & 30 \end{pmatrix} \quad ....②$$

① = ② நிறுவப்பட்டது.

71) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ எனில்

$(AB)C = A(BC)$ என நிறுவுக.

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-2+2 & -1-1+6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(AB)C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+8 & 2-4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9 & -2 \end{pmatrix} \quad ......①$$

$$BC = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-2 & 2+1 \\ 2+2 & 4-1 \\ 1+6 & 2-3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 3 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 3 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1-4+14 & 3-3-2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9 & -2 \end{pmatrix} \quad ....②$$

① = ② நிறுவப்பட்டது.

72) $A = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta \end{pmatrix}$

எனில் $A^2 + B^2 = I$ எனக் காட்டுக.

$$A^2 = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos^2\theta + 0 & 0 \\ 0 & 0 + \cos^2\theta \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos^2\theta & 0 \\ 0 & \cos^2\theta \end{pmatrix}$$

$$B^2 = \begin{pmatrix} \sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sin^2\theta + 0 & 0 \\ 0 & 0 + \sin^2\theta \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sin^2\theta & 0 \\ 0 & \sin^2\theta \end{pmatrix}$$

$$A^2 + B^2 = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & 0 \\ 0 & \cos^2\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sin^2\theta & 0 \\ 0 & \sin^2\theta \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos^2\theta+\sin^2\theta & 0 \\ 0 & \cos^2\theta+\sin^2\theta \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$= \boldsymbol{I}$ நிறுவப்பட்டது.

73) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில்

$(A - B)\, C = AC - BC$ என நிறுவுக.

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(A - B)\, C = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -6+2 & 0+4 \\ 0-2 & 0-4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} \quad \text{.......①}$$

$$AC = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2+2 & 0+4 \\ 2+3 & 0+6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$BC = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8+0 & 0+0 \\ 2+5 & 0+10 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$AC - BC = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & 0 \\ -7 & -10 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} \quad \text{.......②}$$

① = ② நிறுவப்பட்டது.

74) $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ மற்றும்

$C = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ எனில் $A + (B + C) = (A + B) + C$

என்பதைச் சரிபார்க்க

$$B + C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 10 & 6 & 8 \\ 2 & 7 & 5 \\ -5 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A + (B+C) = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 6 & 8 \\ 2 & 7 & 5 \\ -5 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & 9 & 9 \\ 4 & 10 & -3 \\ -4 & 5 & -6 \end{pmatrix} \quad \text{.......①}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 6 & 5 \\ 3 & 12 & -6 \\ -6 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$(A + B) + C = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 5 \\ 3 & 12 & -6 \\ -6 & 1 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & 9 & 9 \\ 4 & 10 & -3 \\ -4 & 5 & -6 \end{pmatrix} \ldots\ldots.②$$

① = ② நிறுவப்பட்டது.

75) $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ எனில்

$A^2 - (a + d)A = (bc - ad) I_2$ என நிறுவுக.

$$A^2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a^2 + bc & ab + bd \\ ac + cd & bc + d^2 \end{pmatrix}$$

$$(a + d)A = (a + d)\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a^2 + ad & ab + bd \\ ac + cd & ad + d^2 \end{pmatrix}$$

$A^2 - (a + d)A$

$$= \begin{pmatrix} a^2 + bc & ab + bd \\ ac + cd & bc + d^2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a^2 + ad & ab + bd \\ ac + cd & ad + d^2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} bc - ad & 0 \\ 0 & bc - ad \end{pmatrix}$$

$$= (bc - ad)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = (bc - ad) I_2$$

நிறுவப்பட்டது.

76) $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \\ 8 & 7 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & -6 & -4 \\ 2 & 11 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ மற்றும்

$C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ -1 & -7 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ எனில் (i) 3A + 2B - C (ii) $\frac{1}{2}A - \frac{3}{2}B$

மதிப்பு காண்க.

3A + 2B - C

$$= 3\begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \\ 8 & 7 & 6 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 8 & -6 & -4 \\ 2 & 11 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ -1 & -7 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 24 & 9 \\ 9 & 15 & 0 \\ 24 & 21 & 18 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 & -12 & -8 \\ 4 & 22 & -6 \\ 0 & 2 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & -3 & 0 \\ 1 & 7 & -2 \\ -1 & -4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & 9 & 1 \\ 14 & 44 & -8 \\ 23 & 19 & 25 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{2}A - \frac{3}{2}B = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \\ 8 & 7 & 6 \end{pmatrix} - \frac{3}{2}\begin{pmatrix} 8 & -6 & -4 \\ 2 & 11 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \\ 8 & 7 & 6 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 8 & -6 & -4 \\ 2 & 11 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \\ 8 & 7 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -24 & 18 & 12 \\ -6 & -33 & 9 \\ 0 & -3 & -15 \end{pmatrix}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -23 & 26 & 15 \\ -3 & -28 & 9 \\ 8 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -23/2 & 13 & 15/2 \\ -3/2 & -14 & 9/2 \\ 4 & 2 & -9/2 \end{pmatrix}$$

77) $X + Y = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $X - Y = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ எனில் X, Y என்ற அணிகளைக் காண்க.

$$X+Y = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \;........\;(1)$$

$$X-Y = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \;........\;(2)$$

$$2X = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 3/2 & 9/2 \end{pmatrix}$$

$$X+Y = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \;........\;(1)$$

$$-X+Y = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \qquad (2)\times -1$$

$$2Y = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

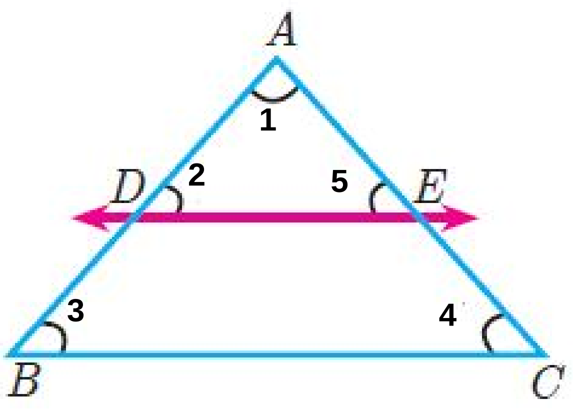
78) தேல்ஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

தேல்ஸ் தேற்றம்:

ஒரு நேர்கோடு முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கத்திற்கு இணையாகவும் மற்ற இரு பக்கங்களை வெட்டுமாறும் வரையப்பட்டால் அக்கோடு அவ்விரண்டு பக்கங்களையும் சம விகிதத்தில் பிரிக்கிறது.

கொடுக்கப்பட்டவை:

ΔABCல் ABல் D, ACல் E உள்ளன.



நிரூபிக்க வேண்டியது:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

அமைப்பு:

DE || BC வரைதல்

நிரூபணம்:

ΔABC, ΔADE ஆகியவற்றில்

$\angle 1 \Rightarrow$ பொதுக்கோணம்

$\angle 2 = \angle 3$ [$\because$ ஒத்த கோணங்கள்]

$\angle 4 = \angle 5$ [$\because$ ஒத்த கோணங்கள்]

AAA விதிப்படி

$\Delta ABC \sim \Delta ADE$

$$\therefore \quad \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

$$\frac{AD + DB}{AD} = \frac{AE + EC}{AE}$$

$$\frac{AD}{AD} + \frac{DB}{AD} = \frac{AE}{AE} + \frac{EC}{AE}$$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$ நிறுவப்பட்டது

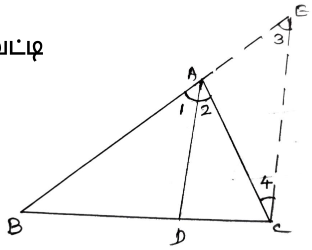
79) கோண இருசமவெட்டி தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

கோண இருசமவெட்டி தேற்றம்:

ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணத்தின் உட்புற இருசமவெட்டியானது அக்கோணத்தின் எதிர்பக்கத்தை உட்புறமாக அக்கோணத்தினை அடக்கிய பக்கங்களின் விகிதத்தில் பிரிக்கும்.

கொடுக்கப்பட்டவை:

ΔABCல் AD இருசமவெட்டி



நிரூபிக்க வேண்டியது:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

அமைப்பு:

CE || DA வரைக

BAவை நீட்டி வரைக

நிரூபணம்:

$\angle 1 = \angle 2$ [$\because$ AD இருசமவெட்டி]

$\angle 2 = \angle 4$ [$\because$ ஒன்று விட்ட கோணம்]

$\angle 1 = \angle 3$ [$\because$ ஒன்று விட்ட கோணம்]

$\therefore \angle 3 = \angle 4$

AE = AC

தேல்ஸ் தேற்றப்படி

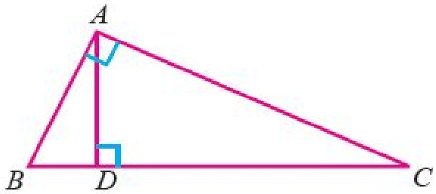
$$\frac{BD}{DC} = \frac{BA}{AE}$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$ நிறுவப்பட்டது

80) பிதாகரஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

பிதாகரஸ் தேற்றம்:

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்



கொடுக்கப்பட்டவை: $\angle A = 90^\circ$

நிரூபிக்க வேண்டியது:

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

அமைப்பு: $AD \perp BC$ வரைக

நிரூபணம்:

ΔABC, ΔABD ஆகியவற்றில்

$\angle B$ = பொதுக்கோணம்

$\angle BAC = \angle BDA = 90^\circ$

AA விதிப்படி

$\Delta ABC \sim \Delta ABD$

$$\therefore \frac{AB}{DB} = \frac{BC}{AB}$$

$AB^2 = BC \times BD$ .... (1)

இது போலவே,

$\Delta ABC \sim \Delta ADC$

$$\therefore \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{AC}$$

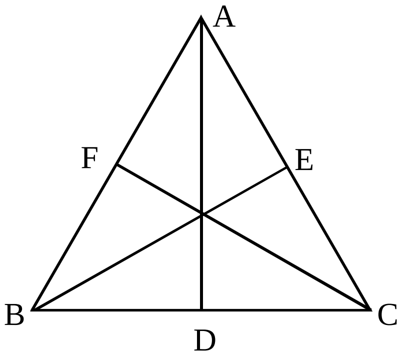
$AC^2 = BC \times DC$ .... (2)

$(1) + (2) \Rightarrow$

$AB^2 + AC^2 = BD \times BC + BC \times DC$

$AB^2 + AC^2 = BC^2$ என நிறுவப்பட்டது.

81) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் எனக் காட்டுக.



AD, BE, CF நடுக்கோடுகள் ஆகும்.

$$\frac{BD}{DC} = 1$$

$$\frac{CE}{EA} = 1$$

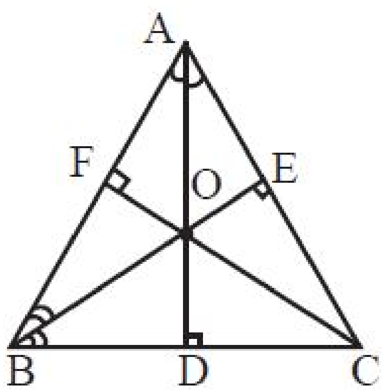
$$\frac{AF}{FB} = 1$$

$$\frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} \times \frac{AF}{FB} = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$\therefore$ சீவாஸ் தேற்றப்படி.

நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும்

82) ஒரு முக்கோணத்தின் கோண இருசம வெட்டிகள் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் எனக் காட்டுக.



படத்தில்

AD ஒரு இருசம வெட்டி என்க.

தேற்றப்படி

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$ .... (1)

BE ஓர் இருசமவெட்டி என்க.

$$\therefore \frac{CE}{EA} = \frac{BC}{AB} \quad .... (2)$$

CF ஓர் இருசமவெட்டி என்க.

$$\therefore \frac{AF}{FB} = \frac{AC}{BC} \quad .... (3)$$

$(1) \times (2) \times (3) \Rightarrow$

$$\frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} \times \frac{AF}{FB} = \frac{AB}{AC} \times \frac{BC}{AB} \times \frac{AC}{BC}$$

$$= 1$$

$\therefore$ சீவாஸ் தேற்றப்படி, இருசமவெட்டிகள் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும்.

83) (-9, -2), (-8, -4), (2, 2) மற்றும் (1, -3) ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு காண்க.

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

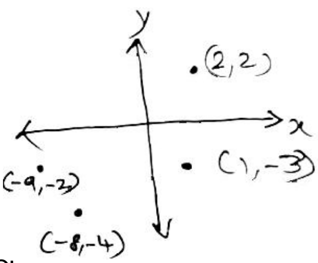
(-9, -2), (-8, -4), (1, -3), (2, 2)

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -9 & -8 & 1 & 2 & -9 \\ -2 & -4 & -3 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}|(36 + 24 + 2 - 4) - (16 -4 - 6 -18)|$$

$$= \frac{1}{2}\ |58 + 12|$$

$$A = \frac{1}{2}\ (70) = 35$$



நாற்கரத்தின் பரப்பு = 35 ச.அ.

84) (-9, 0), (-8, 6), (-1, -2) மற்றும் (-6, -3) ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு காண்க.

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

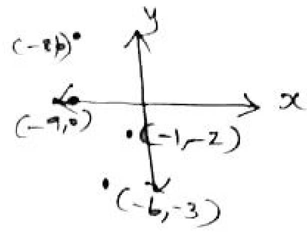
(-9, 0), (-6, -3), (-1, -2), (-8, 6)

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -9 & -6 & -1 & -8 & -9 \\ 0 & -3 & -2 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}|(27 + 12 - 6 + 0) - (0 + 3 + 16 - 54)|$$

$$= \frac{1}{2}\ |33 + 35|$$

$$A = \frac{1}{2}\ (68) = 34$$



நாற்கரத்தின் பரப்பு = 34 ச.அ.

85) (8, 6), (5, 11), (-5, 12) மற்றும் (-4, 3) ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு காண்க.

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

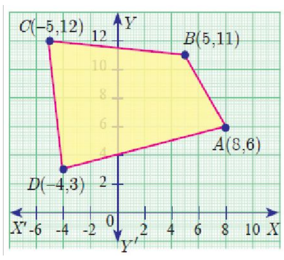
(8, 6), (5, 11), (-5, 12), (-4, 3)

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 8 & 5 & -5 & -4 & 8 \\ 6 & 11 & 12 & 3 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}|(88 + 60 - 15 - 24) - (30 -55 - 48 + 24)|$$

$$= \frac{1}{2}\ |109 + 49|$$

$$A = \frac{1}{2}\ (158) = 79$$



நாற்கரத்தின் பரப்பு = 79 ச.அ.

86) (-4, -2), (-3, k), (3, -2) மற்றும் (2, 3) ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு 28 ச. அ. எனில் k-ன் மதிப்பு காண்க.

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

A = 28

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -4 & -3 & 3 & 2 & -4 \\ -2 & k & -2 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 28$$

$$[(-4k + 6 + 9 -4) - (6 + 3k - 4 - 12)| = 28 \times 2$$

$$-4k + 11 - 3k + 10 = 56$$

$-7k + 21 = 56$

$-7k = 56 - 21$

$-7k = 35$

$k = -5$

87) A (-5, 7), B (-4, k), C (-1, -6) மற்றும் D (4, 5) ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு 72 ச. அ. எனில் k-ன் மதிப்பு காண்க.

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

$A = 72$

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} -5 & -4 & -1 & 4 & -5 \\ 7 & k & -6 & 5 & 7 \end{vmatrix} = 72$$

$[(-5k + 24 - 5 + 28) - (-28 - k - 24 - 25)| = 72 \times 2$

$-5k + 24 - 5 + 28 + 28 + k + 24 + 25 = 144$

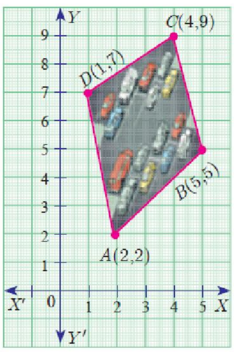
$-4k + 124 = 144$

$-4k = 144 - 124$

$-4k = 20$

$k = - 5$

88) கொடுக்கப்பட்ட படமானது ஒரு வளாகத்தில் புதிய வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்த அமைக்கப்பட்ட பகுதியைக் காட்டுகிறது. இதை அமைப்பதற்கு ஒரு சதுர அடிக்கு ரூ. 1300 செலவாகும் என மதிப்பிடப்படுகிறது எனில், வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்துவதற்குத் தேவையான மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடவும்.



(2, 2), (5, 5), (4, 9), (1, 7)

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 9 & 7 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}|(10 + 45 + 28 + 2) - (10 + 20 + 9 + 14)|$$

$$= \frac{1}{2}|85 - 53|$$

$$A = \frac{1}{2}(32) = 16$$

மொத்த செலவு $= 1300 \times 16 =$ ரூ. 20, 800

89) A (-5, -4), B (1, 6) மற்றும் C (7, -4) ஆகியவற்றை முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோண வடிவக் கண்ணாடிக்கு வர்ணம் பூசப்படுகிறது. 6 சதுர அடி பரப்புக்கு வர்ணம் பூச ஒரு வாளி தேவைப்படுகிறது எனில் கண்ணாடியின் முழுப் பகுதியையும் ஒரு முறை வர்ணம் பூச எத்தனை வாளிகள் தேவைப்படும்?

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -5 & 1 & 7 & -5 \\ -4 & 6 & -4 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}|(-30 - 4 - 28) - (-4 + 42 + 20)|$$

$$= \frac{1}{2}|-62 -58| = \frac{1}{2}(120)$$

$A = 60$ ச.அ.

தேவையான வாளிகள் $= \frac{60}{6} = 10$ வாளிகள்

90) ஓர் அறையின் தளமானது ஒரே மாதிரியான முக்கோண வடிவத் தரை ஓடுகளைக் கொண்டு (tiles) அமைக்கப்படுகிறது. அதில் ஓர் ஓட்டின் முனைகள் (-3, 2), (-1, -1) மற்றும் (1, 2) ஆகும். தரைத்தளத்தை முழுமையாக அமைக்க 110 ஓடுகள் தேவைப்படுகின்றது எனில், அதன் பரப்பைக் காண்க.

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -3 & -1 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}|(3 - 2 + 2) - (- 2 - 1 - 6)|$$

$$= \frac{1}{2}|3 + 9|$$

$$= \frac{1}{2}(12)$$

$A = 6$ ச.அ.

மொத்த பரப்பு $= 110 \times 6 = 660$ ச.அ.

91) A (2.5, 3.5), B (10, -4), C (2.5, -2.5), D (-5, 5) ஆகியன இணைகரத்தின் முனைப்புள்ளிகள் எனக் காட்டுக.

சாய்வு $(m) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

AB-ன் சாய்வு $(m_1) = \frac{-4-3.5}{10-2.5} = \frac{-7.5}{7.5} = -1$

$m_1 = -1$

BC-ன் சாய்வு $(m_2) = \frac{-2.5+4}{2.5-10} = \frac{1.5}{-7.5}$

$m_2 = \frac{-1}{5}$

CD-ன் சாய்வு $(m_3) = \frac{5+2.5}{-5-2.5} = \frac{7.5}{-7.5} = -1$

$m_3 = -1$

AD-ன் சாய்வு $(m_4) = \frac{3.5-5}{2.5+5} = \frac{-1.5}{7.5}$

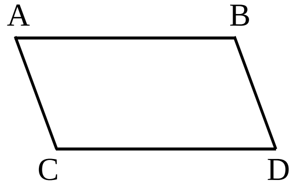
$m_4 = \frac{-1}{5}$

$m_1 = m_3$

$m_2 = m_4$

$\therefore$ ABCD ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

92) A(2, 2), B (-2, -3), C (1, -3) மற்றும் D (x, y) ஆகிய புள்ளிகள் இணைகரத்தை அமைக்கும் எனில் x மற்றும் y-யின் மதிப்பு காண்க.



சாய்வு $(m) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

AB-ன் சாய்வு $= \frac{-3-2}{-2-2} = \frac{-5}{-4}$

$= \frac{5}{4}$

x_1, y_1	x_2, y_2
(2, 2)	(-2, -3)

CD-ன் சாய்வு $= \frac{y+3}{x-1}$

x_1, y_1	x_2, y_2
(1, -3)	(x, y)

AB-ன் சாய்வு = CD-ன் சாய்வு

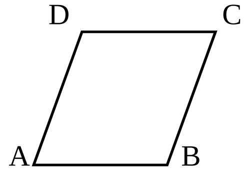
$\frac{5}{4} = \frac{y+3}{x-1}$

⇨ $y + 3 = 5$ / $x - 1 = 4$

$y = 5 - 3$ / $x = 4 + 1$

$y = 2$ / $x = 5$

93) A (3, -4), B (9, -4), C (5, -7), D (7, -7) ஆகிய புள்ளிகள் ABCD என்ற சரிவகத்தை அமைக்கும் என நிறுவுக.



சாய்வு $(m) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

AB-ன் சாய்வு $(m_1) = \frac{-4+4}{9-3}$

$= \frac{0}{6}$

x_1, y_1	x_2, y_2
(3, -4)	(9, -4)

$m_1 = 0$

BC-ன் சாய்வு $(m_2) = \frac{-7+4}{5-9} = \frac{-3}{-4}$

$m_2 = \frac{3}{4}$

x_1, y_1	x_2, y_2
(9, -4)	(5, -7)

CD-ன் சாய்வு $(m_3) = \frac{-7+7}{7-5}$

$= \frac{0}{2}$

x_1, y_1	x_2, y_2
(5, -7)	(7, -7)

$m_3 = 0$

AD-ன் சாய்வு $(m_4) = \frac{-4+7}{3-7}$

$= \frac{3}{-4}$

x_1, y_1	x_2, y_2
(7, -7)	(3, -4)

$m_4 = \frac{-3}{4}$

$m_1 = m_3$

$\therefore$ ABCD ஒரு சரிவகம் ஆகும்.

நினைவுக்காக...

x அச்சின் சமன்பாடு $y = 0$

y அச்சின் சமன்பாடு $x = 0$

x அச்சுக்கு இணையான கோட்டின் சமன்பாடு $y = k$

y அச்சுக்கு இணையான கோட்டின் சமன்பாடு $x = k$

(x_1, y_1) (x_2, y_2) ஆகிய இரு புள்ளிகள் வழிச் கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

x வெட்டு a, y வெட்டு b எனில் கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

94) இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. கிடைக்கப் பெறும் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் (i) 4-க்குச் சமமாக (ii) 10-ஐ விடப் பெரிதாக (iii)13-ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

S = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

n(S) = 36

(i) 4-க்குச் சமமாக

A = { (1, 3), (2, 2), (3, 1)}

n(A) = 3,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

(ii) 10-ஐ விடப் பெரிதாக

B= { (5, 6), (6, 5), (6, 6)}

n(B) = 3,

$$P(B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

(iii) 13-ஐ விடக் குறைவாக

C = { (1, 1), (2, 2), ... (6, 6)}

n(C) = 36,

$$P(C) = \frac{36}{36} = 1$$

95) இரண்டு சீரான பகடைகள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படுகின்றன. (i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்க (ii) முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க (iii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க (iv) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1-ஆக இருக்க ஆகிய நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

S = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

n(S) = 36

(i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்க

A = { (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)}

n(A) = 6,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(ii) முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க

B = { (1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 1), (3, 1), (5,1)}

n(B) = 6,

$$P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(iii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க

C = { (1, 1), (1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 1), (2,3)
(2, 5), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (5,2)
(5, 6), (6, 1), (6, 5)}

n(C) = 15,

$$P(C) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

(iv) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1-ஆக இருக்க

D = { }

n(D) = 0,

$$P(D) = \frac{0}{36} = 0$$

96) இரண்டு பகடைகள் ஒருமுறை உருட்டப்படுகின்றன. இரண்டு முக மதிப்புகளும் சமமாக இருக்க அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 ஆக இருக்க நிகழ்தகவு காண்க.

கூறுவெளி (S)

={(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

n(S) = 36

முக மதிப்புகள் சமமாக இருத்தல்

A = {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)}

n(A) = 6

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36}$

கூடுதல் 4 கிடைத்தல்

B = {(1, 3), (2, 2), (3, 1)}

n(B) = 3

$P(B) = \frac{3}{36}$

$n(A \cap B) = 1$

$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)) - P(A \cap B)$

$= \frac{6}{36} + \frac{3}{36} - \frac{1}{36}$

$= \frac{8}{36}$

$= \frac{2}{9}$

97) இரண்டு பகடைகள் ஒருமுறை உருட்டப்படுகின்றன. முதல் பகடையில் முக மதிப்பு இரட்டைப் படை எண் அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8ஆக கிடைக்க நிகழ்தகவு காண்க.

கூறுவெளி (S)

={(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

n(S) = 36

முதல் பகடையில் இரட்டை எண்

A = {(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

n(A) = 18

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{36}$

முக எண்களின் கூடுதல் 8-ஆக இருத்தல்

B = {(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)}

n(B) = 5

$P(B) = \frac{5}{36}$

$n(A \cap B) = 3$

$P(A \cap B) = \frac{3}{36}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)) - P(A \cap B)$

$= \frac{18}{36} + \frac{5}{36} - \frac{3}{36}$

$= \frac{20}{36}$

$= \frac{5}{9}$

98) ஒரு கூடையிலுள்ள 80 மஞ்சள், 70 சிவப்பு, 50 வெள்ளைப் பூக்களிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பூ தேர்ந்தெடுக்கப்படும் போது அது மஞ்சள் அல்லது சிவப்பு பூவாக இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

n(S) = 80 + 70 + 50 = 200

மஞ்சள் பூ

n(A) = 80

$P(A) = = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{80}{200}$

சிவப்பு பூ

n(B) = 70

$P(B) = = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{70}{200}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$= \frac{80}{200} + \frac{70}{200}$

$= \frac{150}{200}$

$= \frac{3}{4}$

99) ஒரு குடியிருப்பில் 1 முதல் 100 வரை உள்ள கதவு எண் கொண்ட வீடுகளிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்கும் போது அந்த வீட்டின் கதவு எண் ஓர் இரட்டை எண் அல்லது முழு வர்க்க எண் அல்லது முழு கன எண்ணாக கிடைப்பதற்கு நிகழ்தகவு காண்க.

n(S) = 100

i) **<u>இரட்டை எண்</u>**

A = {2, 4, 6, ... 100}

n(A) = 50

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{50}{100}$$

ii) **<u>முழு வர்க்க எண்</u>**

B = {1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100}

n(B) = 10

$$P(B) = \frac{10}{100}$$

iii) **<u>முழு கன எண்</u>**

C = {1, 8, 27, 64}

n(C) = 4

$$P(C) = \frac{4}{100}$$

$n(A\cap B) = 5 \Rightarrow P(A\cap B) = \frac{5}{100}$

$n(B\cap C) = 2 \Rightarrow P(B\cap C) = \frac{2}{100}$

$n(A\cap C) = 2 \Rightarrow P(A\cap C) = \frac{2}{100}$

$n(A\cap B\cap C) = 1 \Rightarrow P(A\cap B\cap C) = \frac{1}{100}$

$$P(A\cup B\cup C) = P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B) - P(B\cap C)-P(A\cap C)+P(A\cap B\cap C)$$

$$= \frac{50}{100}+\frac{10}{100}+\frac{4}{100}-\frac{5}{100}-\frac{2}{100}-\frac{2}{100}+\frac{1}{100}$$

$$= \frac{56}{100}$$

$$= \frac{14}{25}$$

100) மூன்று சீரான நாணயங்கள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் சுண்டப் படுகின்றன. i) அனைத்தும் தலையாகக் கிடைக்க ii) குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க, iii) அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க, iv) அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

(S)={HHH,TTT, HHT, TTH, HTH, THT, HTT, THH}

n(S) = 8

i) **<u>அனைத்தும் தலையாகக் கிடைக்க</u>**

A = { HHH}

n(A) = 1

$$P(A) = \frac{1}{8}$$

ii) **<u>குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க</u>**

B = {TTT, HHT, TTH, HTH, THT, HTT, THH}

n(B) = 7

$$P(B) = \frac{7}{8}$$

iii) **<u>அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க,</u>**

C = { HTT, THT, TTH, TTT }

n(C) = 4

$$P(C) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

iv) **<u>அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க,</u>**

D = {HHH, HHT, TTH, HTH, THT, HTT, THH}

n(D) = 7

$$P(D) = \frac{7}{8}$$

101) சீரான மூன்று நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப் - படுகின்றன. அதிகபட்சம் 2 பூக்கள் அல்லது குறைந்தபட்சம் 2 தலைகள் கிடைக்க நிகழ்தகவு காண்க.

$$S = \begin{Bmatrix} \text{HHH, HHT, HTH, HTT} \\ \text{THH, THT, TTH, TTT} \end{Bmatrix}$$

n(S) = 8

i) அதிகபட்சம் 2 பூக்கள்

$$A = \begin{Bmatrix} \text{HHH, HHT, HTH, HTT} \\ \text{THH, THT, TTH,} \end{Bmatrix}$$

n(A) = 7

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{7}{8}$$

ii) குறைந்தபட்சம் 2 தலைகள்

B = {HHH, HHT, HTH, THH}

n(B) = 4

$$P(B) = \frac{4}{8}$$

$n(A\cap B) = 4$

$$P(A\cap B) = \frac{4}{8}$$

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B)) - P(A\cap B)$$

$$= \frac{7}{8} + \frac{4}{8} - \frac{4}{8}$$

$$= \frac{7}{8}$$

102) ஒரு நாணயம் 3 முறை சுண்டப்படுகிறது. சரியாக இரண்டு தலைகள் அல்லது குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ அல்லது அடுத்தடுத்து இரண்டு தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

$$S = \begin{Bmatrix} \text{HHH, HHT, HTH, HTT} \\ \text{THH, THT, TTH, TTT} \end{Bmatrix}$$

n(S) = 8

(i) சரியாக 2 தலைகள்

A = {HHT, HTH, THH}

n(A) = 3

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{3}{8}$$

(ii) குறைந்தபட்சம் 1 பூ

$$B = \begin{Bmatrix} \text{HHT, HTH, HTT, THH,} \\ \text{THT, TTH, TTT} \end{Bmatrix}$$

n(B) = 7

$$P(B) = \frac{7}{8}$$

(iii) அடுத்தடுத்து 2 தலைகள்

C = {HHH, HHT, THH}

n(C) = 3

$$P(C) = \frac{3}{8}$$

$n(A\cap B) = 3 \Rightarrow \quad P(A\cap B) = \frac{3}{8}$

$n(B\cap C) = 2 \Rightarrow \quad P(B\cap C) = \frac{2}{8}$

$n(A\cap C) = 2 \Rightarrow \quad P(A\cap C) = \frac{2}{8}$

$n(A\cap B\cap C) = 2 \Rightarrow \quad P(A\cap B\cap C) = \frac{2}{8}$

$$P(A\cup B\cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A\cap B) - P(B\cap C) - P(A\cap C) + P(A\cap B\cap C)$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{3}{8} - \frac{3}{8} - \frac{2}{8} - \frac{2}{8} + \frac{2}{8}$$

$$= \frac{8}{8}$$

$$= 1$$

103) ஒரு பையில் 5 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும், 6 வெள்ளை நிறப் பந்துகளும், 7 பச்சை நிறப் பந்துகளும், 8 கருப்பு நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் பையிலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. அந்த பந்து i) வெள்ளை ii) கருப்பு அல்லது சிவப்பு iii) வெள்ளையாக இல்லாமல் iv) வெள்ளையாகவும், கருப்பாகவும் இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

$n(S) = 26$

i) வெள்ளைப்பந்து

$n(A) = 6$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{6}{26} = \frac{3}{13}$$

ii) கருப்பு அல்லது சிவப்பு

$n(B) = 8 + 5 = 13$

$$P(B) = \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$$

iii) வெள்ளையாக இல்லாமல்

$n(C) = 5 + 7 + 8 = 20$

$$P(C) = \frac{20}{26} = \frac{10}{13}$$

iv) வெள்ளையாகவும் கருப்பாகவும் இல்லாமல்

$n(D) = 5 + 7 = 12$

$$P(D) = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$$

104) ஒரு பையில் 6 பச்சை நிறப் பந்துகளும், சில கருப்பு மற்றும் சிவப்பு நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. கருப்புப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை, சிவப்புப் பந்துகளைப் போல் இரு மடங்காகும். பச்சைப் பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு சிவப்புப் பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைப் போல் மூன்று மடங்காகும். இவ்வாறெனில், i) கருப்புப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை ii) மொத்தப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க.

பச்சைப் பந்து $= 6$

சிவப்புப் பந்து $= x$

கருப்புப் பந்து $= 2x$

$n(S) = 6 + x + 2x$

$= 3x + 6$

$$\Rightarrow \quad \frac{\not{6}}{\cancel{3x+6}} = \not{3} \times \frac{x}{\cancel{3x+6}}$$

$$2$$

$x = 2$

i) கருப்புப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை $= 2 \times 2 = 4$

ii) மொத்தப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை $= 3(2) + 6$

$= 6 + 6 = 12$

105) ஒரு பையில் 12 நீல நிறப் பந்துகளும், x சிவப்பு நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. (i) அது சிவப்பு நிறப் பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க. (ii) 8 புதிய சிவப்பு நிறப் பந்துகள் அப்பையில் வைத்த பின்னர், ஒரு சிவப்பு நிறப் பந்தை தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவானது (i)-யில் பெறப்பட்ட நிகழ்தகவைப் போல இரு மடங்கு எனில் x-ன் மதிப்பினைக் காண்க.

$n(S_1) = 12 + x$

i) சிவப்பு நிறப் பந்து

$n(A) = x$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{x}{12+x}$$

$n(S_2) = 12 + x + 8 = 20 + x$

ii) சிவப்பு நிறப் பந்து

$n(B) = 8 + x$

$$P(B) = \frac{8+x}{20+x} = \frac{2x}{12+x}$$

106) ஒரு விளையாட்டிற்கான, நுழைவுக்கட்டணம் ரூ.150 அந்த விளையாட்டில் ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. தனா, ஒரு நுழைவுச் சீட்டு வாங்கினாள். அவ்விளையாட்டில் ஒன்று அல்லது இரண்டு தலைகள் விழுந்தால் அவள் செலுத்திய நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பக் கிடைத்துவிடும். மூன்று தலைகள் கிடைத்தால் அவளது நுழைவுக் கட்டணம் இரண்டு மடங்காகக் கிடைக்கும். இல்லையென்றால் அவளுக்கு எந்தக் கட்டணமும் திரும்பக் கிடைக்காது. இவ்வாறெனில் i) இரண்டு மடங்காக ii) நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப் பெற iii) நுழைவுக் கட்டணத்தை இழப்பதற்கு, ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

(S)={HHH,TTT, HHT, TTH, HTH, THT, HTT, THH}

n(S) = 8

i) இரு மடங்கு கிடைக்க - மூன்று தலைகள்

A = {HHH}

n(A) = 1

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

ii) நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப் பெற - 1 அல்லது 2 தலைகள்

B = {HHT, HTH, HTT, THH, TTH, THT}

n(B) = 6

$$P(B) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

iii) **நுழைவுக் கட்டணத்தை இழப்பதற்கு - தலை இல்லாமல்**

C = {TTT}

n(C) = 1

$$P(C) = \frac{1}{8}$$

107) 35 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில் ஒவ்வொருவருக்கும் 1 முதல் 35 வரை எண்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மாணவர்களுக்கும் மாணவிகளுக்கும் உள்ள விகிதமானது 4 : 3 ஆகும். வரிசை எண்கள் மாணவர்களில் தொடங்கி மாணவிகளில் முடிவடைகிறது. ஒருவர் வகுப்பிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவர் பகா எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட மாணவராகவோ அல்லது பகு எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட மாணவியாகவோ அல்லது இரட்டை எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்டவராகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

	எண்ணிக்கை	பகா எண்கள்	பகு எண்கள்
மாணவர்கள்	1 - 20 = 20	2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 = 8	4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20 = 11
மாணவிகள்	21 - 35 = 15	23, 29, 31 = 3	21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35 = 12
கூடுதல்	1 - 35 = 35	11	23

n(S) = 35

i) பகா எண் மாணவர் (A)

n(A) = 8

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{35}$$

ii) பகு எண் மாணவி (B)

n(B) = 12

$$P(B) = \frac{12}{35}$$

iii) இரட்டை எண் (C)

n(C) = 17

$$P(C) = \frac{17}{35}$$

$n(A\cap B) = 0 \Rightarrow P(A\cap B) = 0$

$n(B\cap C) = 7 \Rightarrow P(B\cap C) = \frac{7}{35}$

$n(A\cap C) = 1 \Rightarrow P(A\cap C) = \frac{1}{35}$

$n(A\cap B\cap C) = 0 \Rightarrow P(A\cap B\cap C) = 0$

$$P(A\cup B\cup C) = P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B) - P(B\cap C)-P(A\cap C)+P(A\cap B\cap C)$$

$$= \frac{8}{35}+\frac{12}{35}+\frac{17}{35}-0-\frac{7}{35}-\frac{1}{35}+0$$

$$= \frac{29}{35}$$

108) இரண்டு நுகர்வோர்கள், பிரியா மற்றும் அமுதன் ஒரு குறிப்பிட்ட அங்காடிக்கு, குறிப்பிட்ட வாரத்தில் (திங்கள் முதல் சனி வரை) செல்கிறார்கள். அவர்கள் அங்காடிக்கு சமவாய்ப்பு முறையில் ஒவ்வொரு நாளும் செல்கிறார்கள். இருவரும் அங்காடிக்கு, i)ஒரே நாளில் ii)வெவ்வேறு நாள்களில் iii) அடுத்தடுத்த நாள்களில் செல்வதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

(S) = {தி - தி, தி - செ, தி - பு, தி - வி, தி - வெ, தி - ச,
செ-தி, செ-செ, செ-பு, செ-வி, செ-வெ, செ-ச,
பு - தி, பு - செ, பு - பு, பு - வி, பு - வெ, பு - ச,
வி-தி, வி-செ, வி-பு, வி-வி, வி-வெ, வி-ச
வெ-தி, வெ-செ, வெ-பு, வெ-வி, வெ-வெ, வெ-ச
ச - தி, ச - செ, ச - பு, ச - வி, ச - வெ, ச - ச}

n(S) = 36

i) ஒரே நாளில்

A = {தி - தி, செ-செ, பு - பு, வி-வி, வெ-வெ, ச - ச}

n(A) = 6

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ii) வெவ்வேறு நாள்களில்

B = { தி - செ, தி - பு, தி - வி, தி - வெ, தி - ச,
செ-தி, செ-பு, செ-வி, செ-வெ, செ-ச,
பு - தி, பு - செ, பு - வி, பு - வெ, பு - ச,
வி-தி, வி-செ, வி-பு, வி-வெ, வி-ச
வெ-தி, வெ-செ, வெ-பு, வெ-வி, வெ-ச
ச - தி, ச - செ, ச - பு, ச - வி, ச - வெ}

n(B) = 30

$$P(B) = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

iii) அடுத்தடுத்த நாள்கள்

C = {தி - செ, செ-பு, பு - வி,வி-வெ, வெ-ச
செ-தி, பு-செ, வி-பு, வெ-வி, ச-வெ}

n(C) = 10

$$P(C) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

109) ஒரு பெட்டியில் 3, 5, 7, 9, ... 35, 37 என்ற எண்கள் குறிக்கப்பட்ட சீட்டுகள் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படும் ஒரு சீட்டு ஆனது 7ன் மடங்காக அல்லது பகா எண்ணாக இருக்க நிகழ்தகவு காண்.

(S) = {3, 5, 7, 9, ..., 35, 37}

n(S) = 18

i) 7ன் மடங்கு

A = {7, 21, 35}

n(A) = 3

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{18}$$

ii) பகா எண்

B = {3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37}

n(B) = 11

$$P(B) = \frac{11}{18}$$

$n(A \cap B) = 1$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{18}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{18} + \frac{11}{18} - \frac{1}{18}$$

$$= \frac{13}{18}$$

110) 50 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில் 28 பேர் NCCயிலும், 30 பேர் NSSலும், 18 பேர் NCC மற்றும் NSSலும் சேர்கிறார்கள். ஒரு மாணவர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவர்
(i) NCCயில் இருந்து, ஆனால் NSSல் இல்லாமல்,
(ii) NSSல் இருந்து ஆனால் NCCல் இல்லாமல்,
(iii)ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்.

n(S) = 50

n(A) = 28

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{28}{50}$$

n(B) = 30

$$P(B) = \frac{30}{50}$$

$n(A\cap B) = 18$

$P(A\cap B) = \frac{18}{50}$

(i) NCCல் இருந்து, ஆனால் NSSல் இல்லாமல் இருத்தல்,

$$P(A\cap \overline{B}) = P(A) - P(A\cap B)$$

$$= \frac{28}{50} - \frac{18}{50}$$

$$= \frac{10}{50}$$

$$= \frac{1}{5}$$

(ii) NSSல் இருந்து ஆனால் NCCல் இல்லாமல் இருத்தல்

$$P(\overline{A}\cap B) = P(B) - P(A\cap B)$$

$$= \frac{30}{50} - \frac{18}{50}$$

$$= \frac{12}{50}$$

$$= \frac{6}{25}$$

(iii) ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் இருத்தல்

நிகழ்தகவு $= \frac{1}{5} + \frac{6}{25}$

$$= \frac{5}{25} + \frac{6}{25}$$

$$= \frac{11}{25}$$

111) ஒருவருக்கு மின்சார ஒப்பந்தம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{3}{5}$ மற்றும் குழாய்கள் பொருத்துவதற்கான ஒப்பந்தம் கிடைக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{5}{8}$ ஆகும். மேலும் குறைந்தபட்சம் ஏதாவது ஒரு ஒப்பந்தம் கிடைக்கப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{5}{7}$ எனில் இரண்டு ஒப்பந்தங்களும் கிடைக்கப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

$P(A) = \frac{3}{5}$

$P(B') = \frac{5}{8}$

$\Rightarrow \quad P(B) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8}$

$P(A\cup B) = \frac{5}{7}$

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$$\frac{5}{7} = \frac{3}{5} + \frac{3}{8} - (A\cap B)$$

$$P(A\cap B) = \frac{3}{5} + \frac{3}{8} - \frac{5}{7} = \frac{168+105-200}{280}$$

$$= \frac{73}{280}$$

112) 8000 மக்கள் தொகை கொண்ட ஒரு நகரத்தில் 1300 பேர் 50 வயதுக்கு மேற்பட்டவர்கள் மற்றும் 3000பேர் பெண்கள். மேலும் 50வயதுக்கு மேற்பட்ட பெண்கள் 30% உள்ளனர். தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு நபர் பெண்ணாக அல்லது 50 வயதிற்கு மேற்பட்டவராக இருக்க நிகழ்தகவு காண்க.

$n(S) = 8000$

(i) <u>பெண் A</u>

$n(A) = 3000$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3000}{8000}$

(ii) <u>50 வயதிற்கு மேற்பட்டவர்கள் B</u>

$n(B) = 1300$

$P(B) = \frac{1300}{8000}$

(ii) <u>50 வயதிற்கு மேற்பட்ட பெண்கள் (A∩B)</u>

$n(A\cap B) = 1300 \times \frac{30}{100} = 900$

$P(A\cap B) = \frac{900}{8000}$

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$$= \frac{3000}{8000} + \frac{1300}{8000} - \frac{900}{8000}$$

$$= \frac{3400}{8000}$$

$$= \frac{17}{40}$$

113) ஒரு பொது விழாவில் 1 முதல் 1000 வரை எண்களிட்ட அட்டைகள் ஒரு பெட்டியில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. விளையாடும் ஒவ்வொருவரும் ஒரு அட்டையை சம வாய்ப்பு எடுக்கிறார்கள். எடுத்த அட்டை திரும்ப வைக்கப்படவில்லை. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அட்டையில் எண் 500ஐ விட அதிகமாக உள்ள வர்க்க எண் இருந்தால் அவர் வெற்றிக்கான பரிசைப் பெறுவார். (i) முதலில் விளையாடுபவர் பரிசு பெற (ii) முதலாமவர் வெற்ற பெற்ற பிறகு இரண்டாவதாக விளையாடுபவர் வெற்றி பெற ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

n(S) = 1000

<u>500 விட பெரிய வர்க்க எண்</u>

A = {529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900, 961}

<u>முதலில் விளையாடுபவர் பரிசு பெற</u>

n(A) = 9

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{1000}$$

<u>இரண்டாவதாக விளையாடுபவர் பரிசு பெற</u>

n(S) = 999

n(B) = 8

$$P(B) = \frac{8}{999}$$

114) 16 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உலோகப்பந்து உருக்கப்பட்டு 2 செமீ ஆரமுள்ள சிறு பந்துகளாக்கப்பட்டால் எத்தனை பந்துகள் கிடைக்கும்?

<u>கோளம் (சிறியது)</u>	**<u>கோளம் (பெரியது)</u>**
r = 2 செ.மீ	R = 16 செ.மீ

n சிறிய கோளங்களின் கனஅளவு

= பெரிய கோளத்தின் கனஅளவு

$$n\times\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$n\times\frac{4}{3}\times\pi\times2\times2\times2 = \frac{4}{3}\times\pi\times16\times16\times16$$

$$n = 512$$

115) 6 செ.மீ ஆரம் மற்றும் 15 செ.மீ உயரம் கொண்ட ஓர் உருளை வடிவப் பாத்திரத்தில் முழுவதுமாக பனிக்கூழ் உள்ளது. அந்தப் பனிக்கூழானது, கூம்பு மற்றும் அரைக்கோளம் இணைந்த வடிவில் நிரப்பப்படுகிறது. கூம்பின் உயரம் 9 செ.மீ மற்றும் ஆரம் 3 செ.மீ எனில் பாத்திரத்தில் உள்ள பனிக்கூழை நிரப்ப எத்தனைக் கூம்புகள் தேவை?

<u>கூம்பு</u>	**<u>அரைக்கோளம்</u>**	**<u>உருளை</u>**
r = 3 செ.மீ	r = 3 செ.மீ	R = 6 செ.மீ
h = 9 செ.மீ		H = 15 செ.மீ

n [கூம்பின் கனஅளவு + அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு]

= உருளையின் கனஅளவு

$$n\left[\frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3\right] = \pi R^2 H$$

$$n\times\frac{1}{3}\times\pi r^2[h+2r] = \pi R^2 H$$

$$n\times\frac{1}{3}\times\pi\times3\times3[9+2(3)] = \pi\times6\times6\times15$$

$$n\times\frac{1}{3}\times\pi\times3\times3\times15 = \pi\times6\times6\times15$$

$$n = 12$$

116) 12 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் அலுமினியக் கோளம் உருக்கப்பட்டு 8 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உருளையாக மாற்றப்படுகிறது. உருளையின் உயரம் காண்க.

<u>உருளை</u>	**<u>கோளம்</u>**
r = 8 செ.மீ	R = 12 செ.மீ

உயரம் = h என்க.

உருளையின் கனஅளவு = கோளத்தின் கனஅளவு

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\pi \times 8 \times 8 \times h = \frac{4}{3}\pi \times 12 \times 12 \times 12$$

$h = 36$ செ.மீ

117) களிமண் கொண்டு செய்யப்பட்ட 24 செ.மீ உயரமுள்ள ஒரு கூம்பை ஒரு குழந்தை அதே ஆரமுள்ள ஓர் உருளையாக மாற்றுகிறது எனில் உருளையின் உயரம் காண்க.

உருளை	**கூம்பு**
ஆரம் = r	ஆரம் = r
உயரம் = h என்க.	H = 24 செ.மீ

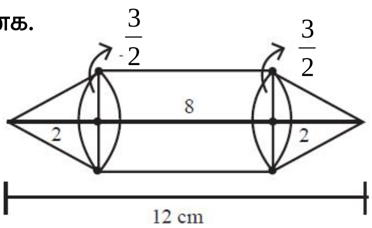
உருளையின் கனஅளவு = கூம்பின் கனஅளவு

$$\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 H$$

$$\pi \times r^2 \times h = \frac{1}{3}\pi \times r^2 \times 24$$

$h = 8$ செ.மீ

118) நாதன் என்ற பொறியியல் மாணவர் ஓர் உருளையின் இருபுறமும் கூம்புகள் உள்ளவாறு மாதிரி ஒன்றை உருவாக்கினார். மாதிரியின் நீளம் 12 செ.மீ, விட்டம் 3 செ.மீ ஆகும். ஒவ்வொரு கூம்பின் உயரம் 2 செ.மீ இருக்குமானால் நாதன் உருவாக்கிய மாதிரியின் கன அளவைக் காண்க.



உருளை	**கூம்பு**
$r = \frac{3}{2}$ செ.மீ	$r = \frac{3}{2}$ செ.மீ
உயரம் = 8 செ.மீ	H = 2 செ.மீ

கனஅளவு

= உருளையின் கனஅளவு + 2 கூம்பின் கனஅளவு

$$= \pi r^2 h + 2 \times \frac{1}{3}\pi r^2 H$$

$$= \pi r^2 \left[h + \frac{2}{3} H \right]$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \left[8 + \frac{2}{3} \times 2 \right]$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{28}{3}$$

= 66 க.செ.மீ

119) ஒரு மருந்து குப்பி, ஓர் உருளையின் இருபுறமும் அரைக்கோளம் இணைந்த வடிவில் உள்ளது. குப்பியின் மொத்த நீளம் 12 மி.மீ மற்றும் விட்டம் 3 மி.மீ எனில், அதில் அடைக்கப்படும் மருந்தின் கன அளவைக் காண்க.

கன அளவு = உருளையின் கன அளவு + 2 அரைக் கோளத்தின் கன அளவு

$$= \pi r^2 h + 2\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right)$$

$$= \pi r^2 \left(h + \frac{4}{3} r \right)$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} [9 + \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{2}]$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} [11]$$

$$= \frac{1089}{14}$$

= 77.78 க.மி.மீ

120) ஓர் உருளையின் மீது ஓர் அரைக்கோளம் இணைந்தவாறு உள்ள ஒரு பொம்மையின் மொத்த உயரம் 25 செ.மீ ஆகும். அதன் விட்டம் 12 செ.மீ எனில், பொம்மையின் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

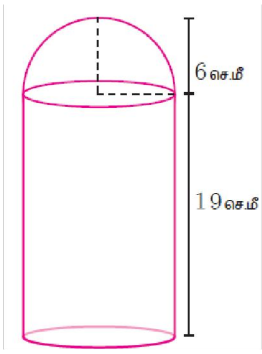
மொத்தப் புறப்பரப்பு

$= 2\pi rh + 2\pi r^2 + \pi r^2$

$= \pi r [2h + 2r + r]$

$= \pi r [2h + 3r]$

$$= \frac{22}{7} \times 6[2 \times 19 + 3 \times 6]$$



$= \frac{22}{7} \times 6[38+18] = \frac{22}{7} \times 6 \times 56$

$= 22 \times 6 \times 8 = 1056$ ச. செ.மீ

121) 45 செ.மீ உயரமுள்ள ஓர் இடைக்கண்டத்தின் இருபுற ஆரங்கள் முறையே 28 செ.மீ மற்றும் 7 செ.மீ எனில் அதன் கன அளவைக் காண்க.

h = 45 செ.மீ , R = 28 செ.மீ , r = 7 செ.மீ

கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi h[R^2 + r^2 + Rr]$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45[28^2 + 7^2 + 28 \times 7]$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45[784 + 49 + 196]$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45 \times 1029$

= 48510 க. செ.மீ

122) உயரம் 16 செ.மீ உடைய ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் அமைந்த கொள்கலன் ஒன்றின் மேற்புறம் திறந்த நிலையில் உள்ளது. கீழ்ப்புற ஆரம் 8 செ.மீ மற்றும் மேற்புற ஆரம் 20 செ.மீ கொண்ட கொள்கலனில் முழுமையாகப் பால் நிரப்பப்படுகிறது. ஒரு லிட்டர் பாலின் விலை ரூ. 40 எனில், நிரப்பப்படும் பாலின் மொத்த விலையைக் காண்க.

இடைக்கண்டம்

h = 16, r = 8, R = 20

கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi h[R^2 + r^2 + Rr]$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 16[20^2 + 8^2 + 20 \times 8]$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 16[400 + 64 + 160]$

$= \frac{1}{\cancel{3}} \times \frac{22}{7} \times 16 \times \cancel{624}^{208}$

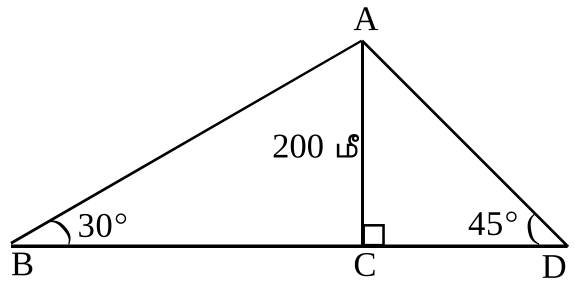
$= \frac{73216}{7}$

= 10, 459.4 க.செ.மீ

$= \frac{10459}{1000} = 10.459$ லிட்டர்

விலை $= 10.459 \times 40 =$ ரூ. 418.36

123) இரு கப்பல்கள் கலங்கரை விளக்கத்தின் இரு பக்கங்களிலும் கடலில் பயணம் செய்கின்றன. இரு கப்பல்களிலிருந்து கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே $30°$ மற்றும் $45°$ ஆகும். கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் 200 மீ எனில், இரு கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\pi = 1.732$)



படத்தில்

$\tan\theta = \frac{\text{எ.ப.}}{\text{அ.ப.}}$

$\tan 30^o = \frac{200}{BC}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{200}{BC}$

$BC = 200\sqrt{3}$

$= 200 \times 1.732$

= 346.4 மீ

$\tan 45^o = \frac{200}{CD}$

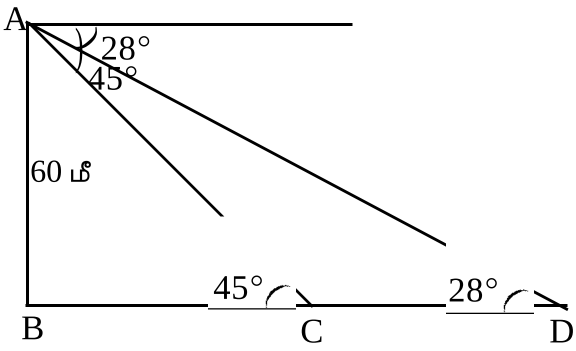
$1 = \frac{200}{CD}$

$CD = 200$

தேவையான தொலைவு = 346.4 + 200

= 546.4 மீ

124) 60 மீ உயரமுள்ள கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியிலிருந்து ஒருவர் கடல்மட்டத்திலுள்ள இரு கப்பல்களை முறையே $28°$ மற்றும் $45°$ இறக்கக் கோணத்தில் பார்க்கிறார். ஒரு கப்பல் மற்றொரு கப்பலுக்குப் பின்னால் ஒரே திசையில் கலங்கரை விளக்கத்துடன் நேர்கோட்டில் உள்ளது எனில், இரண்டு கப்பல்களுக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\tan 28° = 0.5317$)



படத்தில்

$$\tan\theta = \frac{\text{எ.ப.}}{\text{அ.ப.}}$$

$$\tan 45° = \frac{60}{BC}$$

$$1 = \frac{60}{BC}$$

$$BC = 60 \text{ மீ}$$

$$\tan 28° = \frac{60}{BD}$$

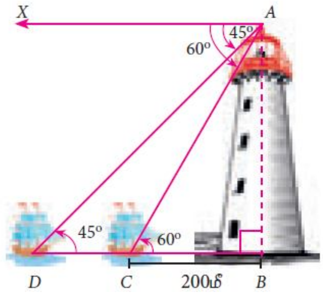
$$0.5317 = \frac{60}{BD}$$

$$BD = \frac{60}{0.5317}$$

$$= 112.85 \text{ மீ}$$

தேவையான தொலைவு = 112.85 - 60 = 52.85 மீ

125) ஒருவர், கோபுரத்திலிருந்து விலகி கடலில் சென்று கொண்டிருக்கும் படகு ஒன்றை, கோபுரத்தின் உச்சியிலிருந்து பார்க்கிறார். கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 200 மீ தொலைவில் படகு இருக்கும் போது, படகை அவர் $60°$ இறக்கக்கோணத்தில் காண்கிறார். 10 வினாடிகள் கழித்து இறக்கக்கோணம் $45°$ ஆக மாறுகிறது எனில், படகு செல்லும் வேகத்தினைத் (கி.மீ/ மணியில்) தோராயமாகக் கணக்கிடுக. மேலும் படகு நிலையான தண்ணீரில் செல்கிறது எனக் கருதுக. ($\sqrt{3} = 1.732$)



படத்தில்

$$\tan\theta = \frac{\text{எ.ப.}}{\text{அ.ப.}}$$

$$\tan 60° = \frac{AB}{200}$$

$$\sqrt{3} = \frac{AB}{200}$$

$$200\sqrt{3} = AB$$

$$AB = 346.4 \text{ மீ}$$

$$\tan 45° = \frac{AB}{BD}$$

$$1 = \frac{346.4}{BD}$$

$$BD = 346.4 \text{ மீ}$$

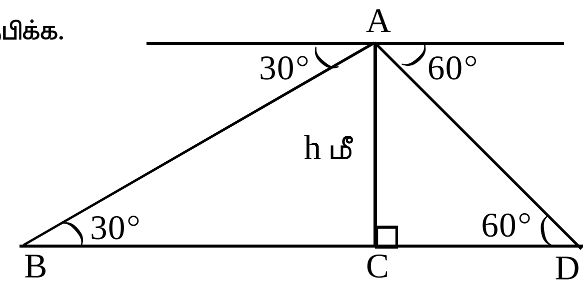
தேவையான தொலைவு = 346.4 - 200

= 146.4 மீ

$$\text{வேகம்} = \frac{\text{தூரம்}}{\text{காலம்}} = \frac{146.4}{10}$$

= 14.64 மீ/விநாடி

126) ஒரு கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியிலிருந்து எதிரெதிர் பக்கங்களில் உள்ள இரண்டு கப்பல்கள் $30°$ மற்றும் $60°$ இறக்கக் கோணத்தில் பார்க்கப்படுகின்றன. கலங்கரை விளக்கத்தின உயரம் h மீ. இரு கப்பல்கள் மற்றும் கலங்கரை விளக்கத்தின் அடிப்பகுதி ஆகியவை ஒரே நேர்கோட்டில் அமைகின்றன எனில், இரண்டு கப்பல்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு $\frac{4h}{\sqrt{3}}$ மீ என நிரூபிக்க.



படத்தில்

$$\tan\theta = \frac{\text{எ.ப.}}{\text{அ.ப.}}$$

$$\tan 30^{o} = \frac{h}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BC}$$

$$BC = h\sqrt{3}$$

$$\tan 60^{o} = \frac{h}{CD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{CD}$$

$$CD = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

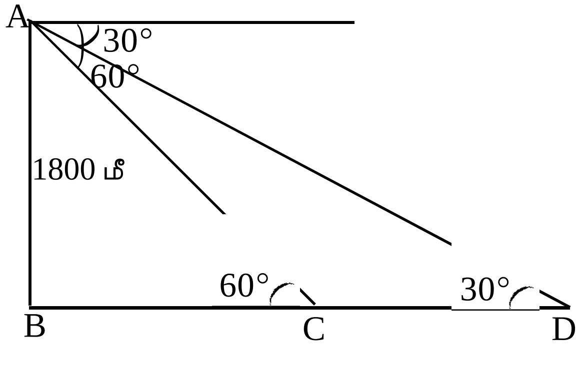
தேவையான தொலைவு $= h\sqrt{3} + \frac{h}{\sqrt{3}}$

$$= \frac{3h + h}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{4h}{\sqrt{3}} \text{ மீ.}$$

நிறுவப்பட்டது

127) 1800 மீ உயரத்தில் பறக்கும் ஒரு விமானத்திலிருந்து ஒரே திசையில் விமானத்தை நோக்கிச் செல்லும் இரு படகுகள் பார்க்கப்படுகிறது. விமானத்திலிருந்து இரு படகுகளை முறையே 60° மற்றும் 30° இறக்கக் கோணங்களில் உற்று நோக்கினால், இரண்டு படகுகளுக்கும் இடைப்பட்டத் தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)



படத்தில்

$$\tan\theta = \frac{\text{எ.ப.}}{\text{அ.ப.}}$$

$$\tan 30^{o} = \frac{1800}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1800}{BD}$$

$$BD = 1800\sqrt{3}$$

$$\tan 60^{o} = \frac{1800}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{1800}{BC}$$

$$BC = \frac{1800}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{1800\sqrt{3}}{3}$$

$$= 600\sqrt{3}$$

$$CD = 1800\sqrt{3} - 600\sqrt{3}$$

$$= 1200\sqrt{3}$$

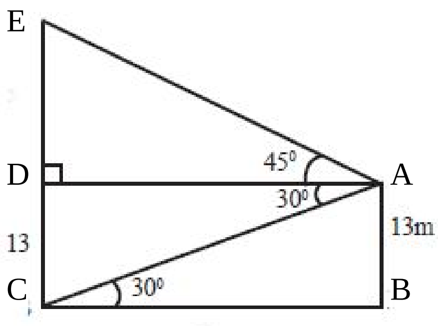
$$= 1200 \times 1.732$$

$$= 2078.4$$

தேவையான தொலைவு $= 2078.4$ மீ

128) 13 மீ உயரமுள்ள ஒரு மரத்தின் உச்சியிலிருந்து மற்றொரு மரத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் ஏற்றக்கோணம் மற்றும் இறக்கக்கோணம் முறையே 45° மற்றும் 30° எனில் இரண்டாவது மரத்தின் உயரம் காண்க.

’32)



Δ ABCல் $\tan 30^{o} = \frac{AB}{BC}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{13}{BC}$$

$$BC = 13\sqrt{3}$$

$$\therefore \quad AD = 13\sqrt{3}$$

Δ ADEல் $\tan 45^{o} = \dfrac{DE}{AD}$

$$1 = \frac{DE}{13\sqrt{3}}$$

$$DE = 13\sqrt{3}$$

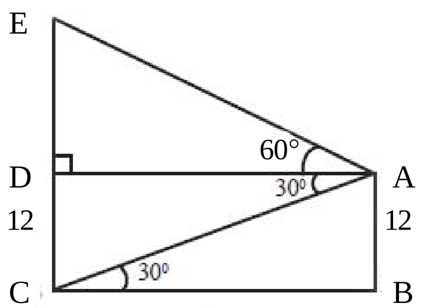
$$= 13 \times 1.732$$

$$= 22.52$$

இரண்டாவது மரத்தின் உயரம் $= 13 + 22.52$

$= 35.52$ மீ

129) 12 மீ உயரமுள்ள கட்டிடத்தின் உச்சியிலிருந்து மின்சார கோபுர உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 60° மற்றும் அதன் அடியின் இறக்கக்கோணம் 30° எனில் மின்சாரக் கோபுரத்தின் உயரம் காண்க.



Δ ABCல் $\tan 30^{o} = \dfrac{AB}{BC}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{BC}$$

$$BC = 12\sqrt{3}$$

$$\therefore \quad AD = 12\sqrt{3}$$

Δ ADEல் $\tan 60^{o} = \dfrac{DE}{AD}$

$$\sqrt{3} = \frac{DE}{12\sqrt{3}}$$

$$DE = 12\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$= 36$$

மின்சார கோபுரத்தின் உயரம் $= 12 + 36 = 48$ மீ

130) 24, 26, 33, 37, 29, 31 ஆகியவற்றின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

$$\overline{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{24 + 26 + 33 + 37 + 29 + 31}{6}$$

$$= \frac{180}{6}$$

$$\overline{x} = 30$$

A = 30

x	d = x - A	d^2
24	-6	36
29	-1	1
29	-1	1
31	1	1
33	3	9
37	7	49
	0	120

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{120}{6} - \left(\frac{0}{6}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{120}{6}}$$

$$= \sqrt{20}$$

$$\sigma = 4.47$$

$$\text{C.V} = \frac{\sigma}{\overline{x}} \times 100\%$$

$$= \frac{4.47}{30} \times 100\%$$

$$= 14.9\%$$

131) 8 மாணவர்கள் ஒரு நாளில் வீட்டுப்பாடத்தை முடிப்பதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் கால அளவுகள் (நிமிடம்) 38, 40, 47, 44, 46, 43, 49, 53 என கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இத்தரவின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{38+40+47+44+46+43+49+53}{8}$$

$$= \frac{360}{8}$$

$$\bar{x} = 45$$

A = 45

x	d= x - A	d^2
38	-7	49
40	-5	25
47	2	4
44	-1	1
46	1	1
43	-2	4
49	4	16
53	8	64
	0	164

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{164}{8} - \left(\frac{0}{8}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{164}{8}}$$

$$= \sqrt{20.5}$$

$$\sigma = 4.53$$

$$\text{C.V} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$$

$$= \frac{4.53}{45} \times 100\%$$

$$= 10.07\%$$

132) ஒரு வகுப்புத் தேர்வில் 10 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் 25, 29, 30, 33, 35, 37, 38, 40, 44, 48 ஆகும். அவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களின் திட்டவிலக்கம் காண்க.

A = 37

x	d = x - A	d^2
25	-12	144
29	-8	64
30	-7	49
33	-4	16
35	-2	4
37	0	0
38	1	1
40	3	9
44	7	49
48	11	121
	-11	**457**

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{457}{10} - \left(\frac{-11}{10}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{457}{10} - \frac{121}{100}}$$

$$= \sqrt{\frac{4570}{100} - \frac{121}{100}}$$

$$= \sqrt{\frac{4449}{100}}$$

$$= \sqrt{44.49}$$

$$= 6.67$$

130) ஒரு வகுப்புத் தேர்வில் 10 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் 25, 29, 30, 33, 35, 37, 38, 40, 44, 48 ஆகும். அவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களின் திட்டவிலக்கம் காண்க.

A = 37

x	**d = x - A**	**d^2**
25	-12	144
29	-8	64
30	-7	49
33	-4	16
35	-2	4
37	0	0
38	1	1
40	3	9
44	7	49
48	11	121
	-11	**457**

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{457}{10} - \left(\frac{-11}{10}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{457}{10} - \frac{121}{100}}$$

$$= \sqrt{\frac{4570}{100} - \frac{121}{100}}$$

$$= \sqrt{\frac{4449}{100}}$$

$$= \sqrt{44.49}$$

$$= 6.67$$