காலாண்டுத்தேர்வு – விடைக்குறிப்புகள் 2017

பிரிவு -அ

வினா எண்	விடை குறியீடு	வினா எண்	விடை குறியீடு	வினா எண்	விடை குறியீடு	வினா எண்	விடை குறியீடு
1	3	11	3	21	3	31	1
2	4	12	3	22	4	32	3
3	1	13	1	23	1	33	3
4	3	14	3	24	3	34	2
5	2	15	2	25	3	35	3
6	2	16	3	26	2	36	2
7	3	17	3	27	1	37	2
8	2	18	3	28	2	38	2
9	2	19	2	29	2	39	4
10	2	20	2	30	1	40	4

பிரிவு -ஆ

41.

$$|A| = -11$$
$$adj\,A = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$
$$A(adjA) = \begin{bmatrix} -11 & 0 \\ 0 & -11 \end{bmatrix} \text{.........(1)}$$
$$(adjA)A = \begin{bmatrix} -11 & 0 \\ 0 & -11 \end{bmatrix} \text{......(2)}$$
$$|A|I_2 = \begin{bmatrix} -11 & 0 \\ 0 & -11 \end{bmatrix} \text{......(3)}$$

(1), (2) மற்றும் (3) லிருந்து

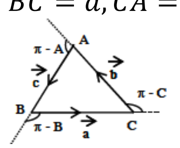
$$A(adjA) = (adjA)A = |A|I_2$$

42.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ -2 & 4 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 7 & 6 \end{bmatrix}$$
$$\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ -2 & 4 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 7 & 6 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_2 \to R_2 + 2R_1 \\ R_3 \to R_3 + R_1 \end{matrix}$$
$$\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 10 & 10 \end{bmatrix} R_3 \to R_3 - 2R_2$$
$$\rho(A) = 2$$

43.

$\overrightarrow{BC} = \vec{a}, \overrightarrow{CA} = \vec{b}, \overrightarrow{AB} = \vec{c}$ என்க



முக்கோணத்திற்குரிய பரப்பு பண்பின்படி,

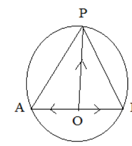
$$\frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2}|\vec{b} \times \vec{c}| = \frac{1}{2}|\vec{c} \times \vec{a}|$$
$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{b} \times \vec{c}| = |\vec{c} \times \vec{a}|$$
$$ab\sin(\pi - C) = bc\sin(\pi - A) = ca\sin(\pi - B)$$
$$ab\sin C = bc\sin A = ca\sin B$$

abc ஆல் வகுக்க $\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$

தலைகீழ் காண $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

44.

AB ஐ விட்டமாக கொண்ட கோளத்தின் புறப்பரப்பில் உள்ள ஒரு புள்ளி P என்க. P, A மற்றும் B வழியாகச் செல்லும் வட்டத்தினை எடுத்துக் கொள்வோம். 'O'ஐ ஆதியாக எடுத்துக் கொள்ள



$$\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OP}$$
$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OB}$$
$$\overrightarrow{AP}.\overrightarrow{PB} = (\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OB}).(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OP})$$
$$= |\overrightarrow{OP}|^2 - |\overrightarrow{OB}|^2 = 0 \; (\because \; |\overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{OB}|)$$

∴ கோளத்தின் விட்டம், மேற்பரப்பில் P எனும் புள்ளியில் ஏற்படுத்தும் கோணம் செங்கோணமாகும்.

45. (i)

$$\vec{a} = a_1\vec{\imath} + a_2\vec{\jmath} + a_3\vec{k}$$
$$\vec{\imath} \times (\vec{a} \times \vec{\imath}) = (\vec{\imath}.\vec{\imath})\vec{a} - (\vec{\imath}.\vec{a})\vec{\imath} = \vec{a} - a_1\vec{\imath}$$
$$\vec{\jmath} \times (\vec{a} \times \vec{\jmath}) = (\vec{\jmath}.\vec{\jmath})\vec{a} - (\vec{\jmath}.\vec{a})\vec{\jmath} = \vec{a} - a_2\vec{\jmath}$$
$$\vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{k}) = (\vec{k}.\vec{k})\vec{a} - (\vec{k}.\vec{a})\vec{k} = \vec{a} - a_3\vec{k}$$

L.H.S. $= 3\vec{a} - (a_1\vec{\imath} + a_2\vec{\jmath} + a_3\vec{k}) = 2\vec{a} =$ R.H.S

45. (ii)

$$\vec{b} = 3\vec{\imath} - \vec{\jmath} - 2\vec{k}$$
$$\sin\theta = \frac{\vec{b}.\vec{n}}{|\vec{b}||\vec{n}|} = \frac{3}{\sqrt{14}\sqrt{26}} = \frac{3}{2\sqrt{91}}$$
$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{3}{2\sqrt{91}}\right)$$

46.

$$z = x + iy, \bar{z} = x - iy$$
$$\bar{z} + 1 = x - iy + 1 = (x+1) - iy$$
$$\bar{z} - 1 = x - iy - 1 = x - 1 - iy$$
$$\frac{\bar{z}+1}{\bar{z}-1} = \frac{(x+1)-iy}{(x-1)-iy} \times \frac{(x-1)+iy}{(x-1)+iy}$$
$$= \frac{(x+1)(x-1) + i(x+1)y - iy(x-1) + y^2}{x^2 + (y+1)^2}$$
$$Re\left(\frac{\bar{z}+1}{\bar{z}-1}\right) = 0$$
$$\frac{(x+1)(x-1) + y^2}{x^2 + (y+1)^2} = 0$$
$$x^2 + 1 + y^2 = 0$$
$$x^2 + y^2 + 1 = 0$$

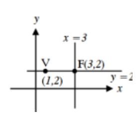
47.

இரு கலப்பெண்களின் கூடுதலின் மட்டு அவ்விரு எண்களின் மட்டுகளின் கூடுதலுக்குக் குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவுமே இருக்கும்.$|z_1 + z_2| \le |z_1| + |z_2|$

நிரூபணம்:

z_1 மற்றும் z_2 இரு கலப்பெண்கள் என்க.

$$|z_1 + z_2|^2 = (z_1 + z_2)\overline{(z_1 + z_2)}$$
$$(\because |z|^2 = z\bar{z})$$
$$= (z_1 + z_2)(\overline{z_1} + \overline{z_2})$$
$$= z_1\overline{z_1} + z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1} + z_2\overline{z_2}$$
$$= z_1\overline{z_1} + z_2\overline{z_2} + z_1\overline{z_2} + \overline{z_1\overline{z_2}}$$
$$= |z_1|^2 + |z_2|^2 + 2Re\,(z_1\overline{z_2})$$
$$\le |z_1|^2 + |z_2|^2 + 2|z_1\overline{z_2}| \quad (Re(z) \le |z|)$$
$$= |z_1|^2 + |z_2|^2 + 2|z_1||z_2|$$

	$= [\lvert z_1\rvert + \lvert z_2\rvert]^2$ $\lvert z_1 + z_2\rvert^2 \le [\lvert z_1\rvert + \lvert z_2\rvert]^2$ இருபுறமும் மிகை வர்க்கமூலம் எடுக்க $\lvert z_1 + z_2\rvert \le \lvert z_1\rvert + \lvert z_2\rvert$
48.	$2-i$ ஒரு மூலம் எனில் மற்றொரு மூலம் $2+i$. மூலங்களின் கூடுதல் $= 4$ மூலங்களின் பெருக்கல்=5 $x^2 - 4x + 5 = 0$ $6x^4 - 25x^3 + 32x^2 + 3x - 10$ $\equiv (x^2 - 4x + 5)(x^2 + px - 2)$ x ன் கெழுக்களை சமப்படுத்த $5p + 8$ $p = -1$ மற்றொரு காரணி $6x^2 - x - 2 = 0$ $x = \frac{2}{3}, -\frac{1}{2}$ எனவே, மூலங்கள் $2 \pm i, \frac{2}{3}, -\frac{1}{2}$
49.	$3x - y - 5 = 0$ $x + 3y + k = 0$ மையம் (2,1) $k = 5$ மற்றொரு தொலைதொடுகோடு $x + 3y + 5 = 0$ தொலைதொடுகோடுகளின் சேர்ப்பு சமன்பாடு $(3x - y - 5)(x + 3y - 5) = 0$ செவ்வக அதிபரவளையத்தின் வடிவம் $(3x - y - 5)(x + 3y - 5) + c = 0$ $(1,-1)$ வழியே செல்வதால் $c = -7$ தேவையான சமன்பாடு $(3x - y - 5)(x + 3y - 5) - 7 = 0$
50. (i)	$(y-k)^2 = 4a(x-h)$ $V(1,2)$, $(y-2)^2 = 4a(x-1)$  குவியம்(3,2) தேவையான சமன்பாடு $(y-2)^2 = 8(x-1)$
50. (ii)	$2xx_1 + 5yy_1 - 20 = 0$ புள்ளி (2, 4) $x + 5y - 5 = 0$
51.	$F = \frac{5}{x} + 100x$ $\frac{dF}{dx} = -\frac{5}{x^2} + 100$ $\frac{d^2F}{dx^2} = \frac{10}{x^3}$ சிறுமம் காண $\frac{dF}{dx} = 0$ $-\frac{5}{x^2} + 100 = 0 \Rightarrow -\frac{5}{x^2} = -100$ $x^2 = \frac{5}{100} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{2\sqrt{5}}$ $x = -\frac{1}{2\sqrt{5}}$ என இருக்க இயலாது $x = \frac{1}{2\sqrt{5}}$ எனில் தடை சிறும மதிப்பு பெறும் $F = \frac{5}{\frac{1}{2\sqrt{5}}} + \frac{100}{2\sqrt{5}}$ தடையின் சிறும மதிப்பு $= 20\sqrt{5}$

52.	$[0, 2\pi]$ல் f தொடர்ச்சியுடையது $(0, 2\pi)$ ல் f வகையிடத்தக்கது $f(a) = f(0) = 0, f(b) = f(2\pi) = 0$ $f'(c) = 0$ $f'(x) = -\sin x$ $f'(c) = -\sin c$ $-\sin c = 0$ $c = \pi \in (0, 2\pi)$ $x = \pi, y = -2$ x அச்சில் $(\pi, -2)$
53.	$f(x) = (1+x)^n - (1+nx)$ $f'(x) = n(1+x)^{n-1} - n$ $= n[(1+x)^{n-1} - 1]$ $x > 0$ மற்றும் $n - 1 > 0$ என்பதால் $(1+x)^{n-1} > 1$, எனவே $f'(x) > 0$ $[0, \infty)$யில் f திட்டமாக ஏறும் சார்பாகும் $x > 0 \Rightarrow f(x) > f(0)$ $(1+x)^n - (1+nx) > (1+0) - (1+0)$ $(1+x)^n - (1+nx) > 0$ $(1+x)^n > (1+nx)$
54.	$T = k\sqrt{l} = kl^{\frac{1}{2}}$ எனில் $\frac{dT}{dl} = k\left(\frac{1}{2} \times l^{\frac{-1}{2}}\right) = \left(\frac{k}{2\sqrt{l}}\right)$ மற்றும் $dl = 32.0 - 32.1 = -0.1$ செ.மீ. T இல் உள்ளபிழை $=$ T இல் ஏற்படும் தோராயமான மாற்றம் $\Delta T \approx dT = \left(\frac{dT}{dl}\right) dl = \left(\frac{k}{2\sqrt{l}}\right)(-0.1)$ சதவீதப் பிழை $= \left(\frac{\Delta T}{T}\right) \times 100\%$ $= \frac{\left(\frac{k}{2\sqrt{l}}\right)(-0.1)}{k\sqrt{l}} \times 100\%$ $= \frac{-0.1}{2l} \times 100\% = \frac{-0.1}{2(32.1)} \times 100\%$ $= \frac{-0.1}{64.2} \times 100\%$ $= -0.156\%$ அலைவு நேரத்தில் ஏற்படும் சதவீதப் பிழை 0.156% குறைவு ஆகும்.
55. அ	$2x + 3y = 8$……………………………..(1) $4x + 6y = 16$…………………………..(2) $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 12 = 0$ $\Delta_x = \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 16 & 6 \end{vmatrix} = 48 - 48 = 0$ $\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 16 \end{vmatrix} = 32 - 32 = 0$ $\Delta = 0$ மற்றும் $\Delta_x = \Delta_y = 0$ என்பதாலும் Δ இன் குறைந்தது ஒரு கெழு a_{ij} ஆவது பூச்சியமற்று இருப்பதால், தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையதாகும். எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகள் கிடைக்கும். எல்லா 2×2 சிற்றணிக் கோவைகள் பூச்சியங்களாகவும், குறைந்தது ஒரு (1×1) சிற்றணிக்கோவை பூச்சியமற்றது ஆதலால்

தொகுப்பு ஒரே ஒரு தனிச்சமன்பாட்டிற்கு குறையும். x (அல்லது y)க்கு ஏதேனும் ஒரு மதிப்பளித்து y (அல்லது x)இன் மதிப்பைக் காணலாம்.

$x = t$ எனத் தர $y = \frac{1}{3}(8-2t)$

எனவே தீர்வு கணமானது

$(x,y) = \left(t, \frac{1}{3}(8-2t)\right) t \in R$

55. ஆ

$$u = xy^2 \sin\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$u(tx,ty) = (tx)(ty)^2 \sin\left(\frac{tx}{ty}\right) = t^3xy^2 \sin\left(\frac{x}{y}\right)$$

u என்பது படி 3 உடைய சமபடித்தான சார்பாகும்.

∴ யூலரின் தேற்றத்தின்படி $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 3u$

பிரிவு - இ

56.

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 13 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$A X = B$$

$$|A| = 22 \neq 0$$

A ஆனது பூச்சியமற்ற கோவை அணி, எனவே A^{-1}ஐக் காண இயலும்.இணைகாரணிகளானவை

$A_{11} = 6, A_{12} = -8, A_{13} = 2$

$A_{21} = 2, A_{22} = 1, A_{23} = -3$

$A_{31} = 4, A_{32} = 13, A_{33} = 5$

$$[A_{ij}] = \begin{bmatrix} 6 & -8 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & 13 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{adj } A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 4 \\ -8 & 1 & 13 \\ 2 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}(adj\ A)$$

$$\therefore x = 4, y = 1, z = 0$$

57.

தரப்பட்ட சமன்பாடுகளை $A X = B$ என எழுத

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & \mu \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

விரிவுப்படுத்தபட்ட அணியானது

$$[A,B] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & \mu & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & \mu-12 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_2 \to R_2 - 4R_1 \\ R_3 \to R_3 - 2R_1 \end{matrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & \mu-12 & 0 \\ 0 & 0 & 8-\mu & 0 \end{bmatrix} R_3 \to R_3 - R_2$$

நிலை(1): $\mu \neq 8$ எனில் $8-\mu \neq 0$ எனவே 3 பூச்சியமற்ற நிரைகள் உள்ளன.

$\therefore \rho(A) = \rho(A,B) = 3 =$ மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை

எனவே தரப்பட்ட தொகுப்பிற்கு $x = 0, y = 0, z = 0$ என்கிற வெளிப்படைத் தீர்வு கிடைக்கும்

நிலை(2): $\mu = 8$ எனில் $\rho(A,B) = \rho(A) = 2$

$\therefore \rho(A) = \rho(A,B) = 2 <$ மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை

இந்நிலையில் தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையதாகும். மேலும் எண்ணிக்கையற்ற வெளிப்படையற்ற தீர்வுகளை பெறும். தரப்பட்ட சமன்பாட்டு தொகுப்பானது $x + y + 3z = 0;$ $y + 4z = 0$;க்குச் சமானமானதாகும்.$\therefore y = -4z$; $x = z$

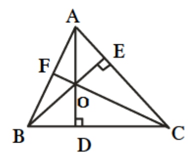
$z = k$ என தர

$x = k, y = -4k, z = k, k \in R - \{0\}$ இவை வெளிப்படையற்ற தீர்வுகளாகும்

58.

ΔABC இல் குத்துக்கோடுகள் AD, BE யும் Oஇல் சந்திக்கின்றன. குத்துக்கோடுகள் ஒரே புள்ளி வழியேச் செல்லும் என்பதை நிறுவ CO ஆனது AB க்கு செங்குத்தாக இருக்கும் என காட்டினால் போதும். O ஐ ஆதியாகக் கொள்க. A, B, Cஇன் நிலை வெக்டர்கள் முறையே $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC}$



$AD \perp BC$

$\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{BC}$

$\Rightarrow \overrightarrow{OA} . \overrightarrow{BC} = 0$

$\Rightarrow \vec{a}.(\vec{c} - \vec{b}) = 0$

$\Rightarrow \vec{a}.\vec{c} - \vec{a}.\vec{b} = 0$..............(1)

$BE \perp CA$

$\overrightarrow{OB} \perp \overrightarrow{CA}$

$\Rightarrow \overrightarrow{OB} . \overrightarrow{CA} = 0$

$\Rightarrow \vec{b}.(\vec{a} - \vec{c}) = 0$

$\Rightarrow \vec{b}.\vec{a} - \vec{b}.\vec{c} = 0$................(2)

(1) மற்றும் (2) ஐக் கூட்ட

$\vec{a}.\vec{c} - \vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{a} - \vec{b}.\vec{c} = 0$

$\vec{a}.\vec{c} - \vec{b}.\vec{c} = 0$

$(\vec{a} - \vec{b}).\vec{c} = 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{BA} . \overrightarrow{OC} = 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{OC} \perp \overrightarrow{AB}$

எனவே மூன்று குத்துக் கோடுகளும் ஒரே புள்ளியில் சந்திக்கும் கோடுகளாகும்.

59.

கோடுகள் வெட்டிக்கொள்வதற்கான நிபந்தனை

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 2-1 & 1+1 & -1+0 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

∴ மேற்குறிப்பிட்ட கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்கின்றன.

வெட்டும் புள்ளி:

$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3} = \lambda$ என்க

இந்த கோட்டில் அமைந்துள்ள ஏதேனும் ஒரு

புள்ளியின் அமைப்பு $(\lambda+1,-\lambda-1,3\lambda)$

$\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-1}=\mu$ என்க

இந்த கோட்டில் அமைந்துள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியின் அமைப்பு $(\mu+2,2\mu+1,-\mu-1)$

இவை வெட்டிக்கொள்வதால் ஏதேனும் λ,μ க்கு

$$(\lambda+1,-\lambda-1,3\lambda)=(\mu+2,2\mu+1,-\mu-1)$$

$$\mu=-1,\ \lambda=0$$

$\therefore$ வெட்டும் புள்ளி $(1-1,0)$

60.

$$x^2-2px+(p^2+q^2)=0$$

$$x=p\pm iq$$

$\alpha=p+iq,\beta=p-iq$ என்க

$$\alpha-\beta=2qi$$

$\tan\theta=\frac{q}{y+p}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$$y+\alpha=q\frac{\cos\theta+i\sin\theta}{\sin\theta}$$

$$(y+\alpha)^n=\frac{q^n}{\sin^n\theta}[\cos n\theta+i\sin n\theta]\ldots(1)$$

இதே போல

$$(y+\beta)^n=\frac{q^n}{\sin^n\theta}[\cos n\theta-i\sin n\theta]\ldots\ldots(2)$$

$(1)-(2)$ எனும் போது

$$(y+\alpha)^n-(y+\beta)^n=q^{n-1}\frac{\sin n\theta}{\sin^n\theta}$$

61.

$$x^9+x^5-x^4-1=0$$

$$x^5(x^4+1)-1(x^4+1)=0$$

$$(x^5-1)(x^4+1)=0$$

$$x^5-1=0;x^4+1=0$$

(i) $x=(1)^{\frac{1}{5}}=(\cos 0+i\sin 0)^{\frac{1}{5}}$

$$=(\cos 2k\pi+i\sin 2k\pi)^{\frac{1}{5}}$$

$$=\cos\frac{2k\pi}{5}+i\sin\frac{2k\pi}{5}$$

$$k=0,1,2,3,4$$

(ii) $x=(-1)^{\frac{1}{4}}=(\cos\pi+i\sin\pi)^{\frac{1}{4}}$

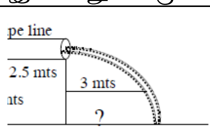
$$=(\cos(2k+1)\pi+i\sin(2k+1)\pi)^{\frac{1}{4}}$$

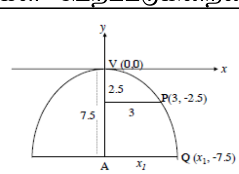
$$=\cos\frac{(2k+1)\pi}{4}+i\sin\frac{(2k+1)\pi}{4}$$

$$k=0,1,2,3$$

இவ்வாறு 9 மூலங்கள் பெறப்படுகின்றன.

62.





கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் படி பரவளையம் கீழ்நோக்கி திறப்புடையதாக அமைகிறது. $x^2=-4ay$

P என்ற புள்ளி பரவளையப் பாதையில் குழாய் மட்டத்திற்கு 2.5 மீ கீழேயும், குழாயின் முனை வழியே செல்லும் நிலை குத்துக் கோட்டிற்கு 3 மீ அப்பாலும் உள்ளது. P என்பது$(3,-2.5)$

எனவே, $9=-4a(-2.5)$

$$a=\frac{9}{10}$$

$\therefore$ பரவளையத்தின் சமன்பாடு

$$x^2=-4\times\frac{9}{10}y$$

குத்துக் கோட்டின் அடிப்புள்ளியிலிருந்து x_1 தூரத்துக்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழுவதாக கொள்க. ஆனால் குழாயானது தரைமட்டத்திலிருந்து 7.5மீ உயரத்தில் அமைந்துள்ளது.

$(x_1,-7.5)$ என்ற புள்ளிபரவளையத்திலுள்ளது.

$$x_1^{\,2}=27,\ x_1=3\sqrt{3}$$

$\therefore$ எனவே, தண்ணீர் தரையைத் தொடும் இடத்துக்கும் குழாயின் முனையிலிருந்து வரையப்படும் குத்துக்கோட்டிற்கும் இடைப்பட்ட தூரம் $3\sqrt{3}$ மீ.

63.

$$x^2-4y^2+6x+16y-11=0$$

$$x^2+6x-4y^2+16y=11$$

$$(x^2+6x+3^2-3^2)-4(y^2-4y+2^2-2^2)=11$$

$$\{(x+3)^2-9\}-4\{(y-2)^2-4\}=11$$

$$(x+3)^2-4(y-2)^2=4$$

$$\frac{(x+3)^2}{4}-\frac{(y-2)^2}{1}=4$$

$\frac{X^2}{4}-\frac{Y^2}{1}=1$ இங்கு $X=x+3,Y=y-2$

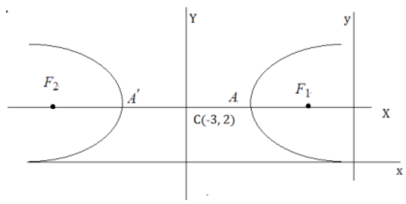
குறுக்கச்சு X-அச்சிற்கு இணையாக உள்ளது.

$$a^2=4,b^2=1,a=2,b=1$$

$$e=\frac{\sqrt{5}}{2},ae=2\times\frac{\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$$

	X,Y ஐ பொறுத்து	x,y ஐ பொறுத்து $X=x+3,Y=y-2$
மையம்	$(0,0)$	$X=0,Y=0$ $x+3=0,y-2=0$ $C(-3,2)$
குவியங்கள்	$(\pm ae,0)$ $(\pm\sqrt{5},0)$	$(\sqrt{5},0)$ $X=\sqrt{5},Y=0$ $x+3=\sqrt{5},y-2=0$ $x=-3+\sqrt{5},y=2$ $F_1(-3+\sqrt{5},2)$
		$(-\sqrt{5},0)$ $X=-\sqrt{5},Y=0$ $x+3=-\sqrt{5},y-2=0$ $x=-3-\sqrt{5},y=2$ $F_2(-3-\sqrt{5},-2)$
முனைகள்	$(\pm a,0)$	$(2,0)$ $X=2,Y=0$

	$(\pm 2,0)$	$x+3=2, y-2=0$ $x=-1, y=2$ $A(-1,2)$
		$(-2,0)$ $X=-2, Y=0$ $x+3=-2, y-2=0$ $x=-5, y=2$ $A'(-5,2)$



64 $y=mx+c$ என்ற கோடு அதிபரவளையம் $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ஐ தொட நிபந்தனை

$$c^2=a^2m^2-b^2$$
$$3x-y-5=0$$
$$-y=-3x+5$$
$$y=3x-5$$
$$m=3, c=-5$$
$$2x^2-3y^2=6$$
$$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=1$$
$$a^2=3, b^2=2$$
$$c^2=25\ ;$$
$$a^2m^2-b^2=3(9)-2=25$$
$$\Rightarrow c^2=a^2m^2-b^2$$

$3x-y-5=0$ என்ற கோடு அதிபரவளையத்தை தொடுகிறது.

தொடும் புள்ளி $\left(\frac{-a^2m}{c},\frac{-b^2}{c}\right)$

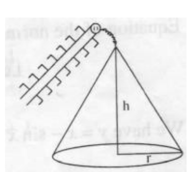
$$\frac{-a^2m}{c}=\frac{-3(3)}{-5}=\frac{9}{5}$$
$$\frac{-b^2}{c}=\frac{-2}{-5}=\frac{2}{5}$$

தொடும் புள்ளி $\left(\frac{9}{5},\frac{2}{5}\right)$

65 t என்ற நேரத்தின் கூம்பின் கன அளவை V என்க. ஆரத்தையும் உயரத்தையும் r, h என்க. $2r=h$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. $\frac{dv}{dt}=30$ எனும் போது $\frac{dh}{dt}$ ஐ காண வேண்டும்.

கூம்பின் கன அளவு $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{h}{2}\right)^2 h$$
$$=\frac{\pi}{12}(h^3)$$



$$\frac{dv}{dt}=\frac{\pi}{12}\times 3h^2\frac{dh}{dt}$$
$$\frac{dh}{dt}=\frac{4\frac{dv}{dt}}{\pi h^2}$$
$$\left(\frac{dh}{dt}\right)=\frac{4\times 30}{\pi\times 100}=\frac{12}{10\pi}=\frac{6}{5\pi}\ \text{அடி/ நிமிடம்}$$

$\therefore$ கூம்பின் உயரம் $\frac{6}{5\pi}$ அடி/நிமிடம் என்ற விகிதத்தில் ஏறுகிறது.

66 $f(x)=x-2\sin x,\ [0,2\pi]$ இல் தொடர்ச்சியானது

$$f'(x)=1-2\cos x$$
$$f'(x)=0$$
$$1-2\cos x=0$$
$$\cos x=\frac{1}{2}$$
$$x=\frac{\pi}{3}\text{ or }\frac{5\pi}{3}$$

மாறுநிலைப் புள்ளிகளில் f இன் மதிப்பு

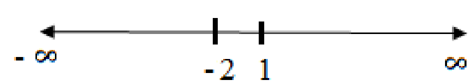
$$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\pi}{3}-2\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{3}-\sqrt{3}$$
$$f\left(\frac{5\pi}{3}\right)=\frac{5\pi}{3}-2\sin\frac{5\pi}{3}$$
$$=\frac{5\pi}{3}+\sqrt{3}\approx 6.968039$$

இடைவெளியின் முடிவுப் புள்ளிகளில் f இன் மதிப்பு $f(0)=0$ மற்றும் $f(2\pi)=2\pi\approx 6.28$

இந்நான்கு எண்களையும் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கும் போது மீச்சிறு சிறுமம் என்பது $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\pi}{3}-\sqrt{3}$ மீப்பெரு பெருமம் என்பது $f\left(\frac{5\pi}{3}\right)=\frac{5\pi}{3}+\sqrt{3}$

67 $y=12x^2-2x^3-x^4$

$$\frac{dy}{dx}=24x-6x^2-4x^3$$
$$\frac{d^2y}{dx^2}=24-12x-12x^2$$
$$=-12(x-1)(x+2)$$
$$\frac{d^2y}{dx^2}=0\Rightarrow x=-2, x=1$$



$x\in(-\infty,-2)$விலும் $x\in(1,\infty)$விலும் $f''(x)<0$

$x\in(-2,1)$ ல் $f''(x)>0$

$(-\infty,-2)\cup(1,\infty)$ ல் f கீழ்நோக்கி குழிவாகவும், $(-2,1)$ல் மேல்நோக்கி குழிவாகவும் இருக்கும்

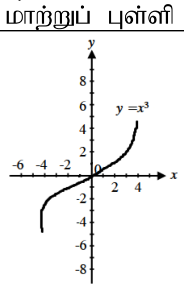
$(-2,f(-2)),(1,f(1))$ $(-2,48)$ மற்றும் $(1,9)$ ஆகியவை வளைவு மாற்றுப் புள்ளிகளாகும்.

68. $w=u^2e^v,\ \ u=\frac{x}{y}, v=y\log x$

$$\frac{\partial w}{\partial u}=2ue^v \quad \frac{\partial w}{\partial v}=u^2e^v \quad \frac{\partial u}{\partial x}=\frac{1}{y}$$
$$\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{x}{y^2} \quad \frac{\partial v}{\partial x}=\frac{y}{x} \quad \frac{\partial v}{\partial y}=\log x$$
$$\frac{\partial w}{\partial x}=\frac{\partial w}{\partial u}.\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial v}.\frac{\partial v}{\partial x}$$
$$\frac{\partial w}{\partial x}=x^y\frac{x}{y^2}(2+y)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y}=\frac{\partial w}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial y}$$
$$\frac{\partial w}{\partial y}=\frac{x^2}{y^3}\,x^y\,[y\log x-2]$$

69.

சார்பகம்	x-இன் எல்லா மெய் மதிப்புகளுக்கும் $f(x)$ ஆனது வரையறுக்கப்படுகிறது. எனவே $f(x)$ இன் சார்பகம் $(-\infty,\infty)$ என்கிற முழு இடைவெளி.
நீட்டிப்பு	கிடைமட்ட நீட்டிப்பு $-\infty < x < \infty$ நிலைக்குத்து நீட்டிப்பு $-\infty < y < \infty$
வெட்டுத் துண்டுகள்	$x=0,$ எனில் $y=0$ $y=0,$ எனில் $x=0$
ஆதி	வளைவரையானது ஆதி வழிச் செல்லும்
சமச்சீர் சோதனை	வளைவரையானது ஆதியை பொறுத்து சமச்சீரானது
தொலைத் தொடு கோடுகள்	வளைவரைக்கு எந்த ஒரு தொலைத்தொடுகோடுகளும் இல்லை.
ஓரியல்பு தன்மை	எல்லா x க்கும் $y' \geq 0$ ஆதலால், வளைவரையானது $(-\infty,\infty)$ முழுவதுமாக ஏறுமுகமாக செல்லும்
சிறப்புப் புள்ளிகள்	$(-\infty,0)$ என்ற இடைவெளியில் கீழ்நோக்கி குழிவாகவும் மற்றும் $(0,\infty)$ என்ற இடைவெளியில் மேல் நோக்கி குழிவாகவும் இருக்கும். $(0,0)$ என்பது வளைவு மாற்றுப் புள்ளி
வரைபடம்	

70. அ

கார்டீசியன் அமைப்பு:

a,b மற்றும் c என்பன முறையே x,y மற்றும் z ன் வெட்டுத்துண்டுகள்

$\therefore$தளமானது $(a,0,0),(0,b,0),(0,0,c)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்கிறது.

தளத்தின் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1\\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1\\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1\end{vmatrix}=0$$

$$\begin{vmatrix} x-a & y-0 & z-0\\ -a & b-0 & 0\\ -a & 0 & c-0\end{vmatrix}=0$$

$$(x-a)(bc)-(y-0)(-ac)+\ (z-0)(0+ab)=0$$
$$(x-a)(bc)+yac+zab=0$$
$$xbc-abc+yac+zab=0$$
$$xbc+yac+zab=abc$$
$$\div\, abc \qquad \frac{xbc}{abc}+\frac{yac}{abc}+\frac{zab}{abc}=\frac{abc}{abc}$$
$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

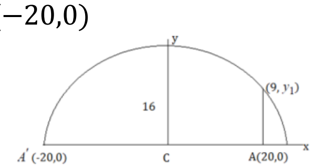
கார்டீசியன் அமைப்பு:

மூன்று புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் தளத்தின் சமன்பாடு $\vec{r}=(1-s-t)\vec{a}+s\vec{b}+t\vec{c}$

$$\vec{r}=(1-s-t)a\vec{i}+sb\vec{j}+tc\vec{k}$$
$$x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}=(1-s-t)a\vec{i}+sb\vec{j}+tc\vec{k}$$
$$x=(1-s-t)a;y=sb;z=tc$$
$$\frac{x}{a}=1-s-t,\frac{y}{b}=s,\frac{z}{c}=t$$
$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1-s-t+s+t$$
$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

70. ஆ

பாலத்தின் நடுப்புள்ளியை மையம் $C(0,0)$ ஆக எடுத்துக் கொள்வோம். கிடைமட்டம் 40 அடி எனவே முனைகள் $A(20,0)$ மற்றும் $A'(-20,0)$



$$2a=40\Rightarrow a=20,b=16$$

சமன்பாடு $\frac{x^2}{400}+\frac{y^2}{256}=1$

மையத்திலிருந்து 9 அடி வலப்புறத்தில் உயரத்தை y_1 என்க. எனவே $(9,y_1)$ என்ற புள்ளி சமன்பாட்டில் உள்ளது.

$$\frac{9^2}{400}+\frac{{y_1}^2}{256}=1$$
$${y_1}^2=256\left(\frac{319}{400}\right)\Rightarrow y_1=\frac{4\sqrt{319}}{5}$$

$\therefore$ மையத்திலிருந்து வலது அல்லது இடதுபுறத்தில் 9 அடி தூரத்தில் உள்ள தரைப்புள்ளியிலிருந்து பாலத்தின் உயரம் $\frac{4\sqrt{319}}{5}$அடி

தயாரிப்பு க. தினேஷ் M.Sc., M.Phil., PGDCA.,(Ph.D)