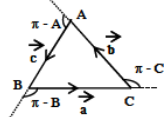


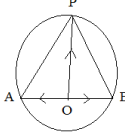
காலாண்டுத்தேர்வு - விடைக்குறிப்புகள் 2017

பிரிவு -அ

வினா எண்	விடை குறியீடு	வினா எண்	விடை குறியீடு	வினா எண்	விடை குறியீடு	வினா எண்	விடை குறியீடு
1	3	11	3	21	3	31	1
2	4	12	3	22	4	32	3
3	1	13	1	23	1	33	3
4	3	14	3	24	3	34	2
5	2	15	2	25	3	35	3
6	2	16	3	26	2	36	2
7	3	17	3	27	1	37	2
8	2	18	3	28	2	38	2
9	2	19	2	29	2	39	4
10	2	20	2	30	1	40	4

பிரிவு -ஆ

41.	$ A = -11$ $adj A = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ $A(adjA) = \begin{bmatrix} -11 & 0 \\ 0 & -11 \end{bmatrix} \dots\dots(1)$ $(adjA)A = \begin{bmatrix} -11 & 0 \\ 0 & -11 \end{bmatrix} \dots\dots(2)$ $ A I_2 = \begin{bmatrix} -11 & 0 \\ 0 & -11 \end{bmatrix} \dots\dots(3)$ (1), (2) மற்றும் (3) லிருந்து $A(adjA) = (adjA)A = A I_2$
42.	$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ -2 & 4 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 7 & 6 \end{bmatrix}$ $\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ -2 & 4 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 7 & 6 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_2 \rightarrow R_2 + 2R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 + R_1 \end{matrix}$ $\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 10 & 10 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_3 \rightarrow R_3 - 2R_2 \end{matrix}$ $\rho(A) = 2$
43.	$\vec{BC} = \vec{a}, \vec{CA} = \vec{b}, \vec{AB} = \vec{c}$ என்க  முக்கோணத்திற்குரிய பரப்பு பண்பின்படி, $\frac{1}{2} \vec{a} \times \vec{b} = \frac{1}{2} \vec{b} \times \vec{c} = \frac{1}{2} \vec{c} \times \vec{a} $ $ \vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a} $ $ab \sin(\pi - C) = bc \sin(\pi - A) = ca \sin(\pi - B)$ $ab \sin C = bc \sin A = ca \sin B$ abc ஆல் வகுக்க $\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$ தலைகீழ் காண $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

44.	AB ஐ விட்டமாக கொண்ட கோளத்தின் பிற்பரப்பில் உள்ள ஒரு புள்ளி P என்க. P, A மற்றும் B வழியாகச் செல்லும் வட்டத்தினை எடுத்துக் கொள்வோம். 'O'ஐ ஆதியாக எடுத்துக் கொள்ள  $\vec{PB} = \vec{OB} - \vec{OP}$ $\vec{AP} = \vec{OP} - \vec{OA} = \vec{OP} + \vec{OB}$ $\vec{AP} \cdot \vec{PB} = (\vec{OP} + \vec{OB}) \cdot (\vec{OB} - \vec{OP})$ $= \vec{OP} ^2 - \vec{OB} ^2 = 0 (\because \vec{OP} = \vec{OB})$ \therefore கோளத்தின் விட்டம், மேற்பரப்பில் P எனும் புள்ளியில் ஏற்படுத்தும் கோணம் செங்கோணமாகும்.
45. (i)	$\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ $\vec{i} \times (\vec{a} \times \vec{i}) = (\vec{i} \cdot \vec{i})\vec{a} - (\vec{i} \cdot \vec{a})\vec{i} = \vec{a} - a_1\vec{i}$ $\vec{j} \times (\vec{a} \times \vec{j}) = (\vec{j} \cdot \vec{j})\vec{a} - (\vec{j} \cdot \vec{a})\vec{j} = \vec{a} - a_2\vec{j}$ $\vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{k}) = (\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{a} - (\vec{k} \cdot \vec{a})\vec{k} = \vec{a} - a_3\vec{k}$ L.H.S. = $3\vec{a} - (a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}) = 2\vec{a} = \text{R.H.S}$
45. (ii)	$\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ $\sin \theta = \frac{\vec{b} \cdot \vec{n}}{ \vec{b} \vec{n} } = \frac{3}{\sqrt{14} \sqrt{26}} = \frac{3}{2\sqrt{91}}$ $\theta = \sin^{-1} \left(\frac{3}{2\sqrt{91}} \right)$
46.	$z = x + iy, \bar{z} = x - iy$ $\bar{z} + 1 = x - iy + 1 = (x + 1) - iy$ $\bar{z} - 1 = x - iy - 1 = x - 1 - iy$ $\frac{\bar{z} + 1}{\bar{z} - 1} = \frac{(x+1) - iy}{(x-1) - iy} \times \frac{(x-1) + iy}{(x-1) + iy}$ $= \frac{(x+1)(x-1) + i(x+1)y - iy(x-1) + y^2}{x^2 + (y+1)^2}$ $\text{Re} \left(\frac{\bar{z} + 1}{\bar{z} - 1} \right) = 0$ $\frac{(x+1)(x-1) + y^2}{x^2 + (y+1)^2} = 0$ $x^2 + 1 + y^2 = 0$ $x^2 + y^2 + 1 = 0$
47.	இரு கலப்பெண்களின் கூடுதலின் மட்டு அவ்விரு எண்களின் மட்டுகளின் கூடுதலுக்குக் குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும். $ z_1 + z_2 \leq z_1 + z_2 $ நிரூபணம்: z_1 மற்றும் z_2 இரு கலப்பெண்கள் என்க. $ z_1 + z_2 ^2 = (z_1 + z_2)(\bar{z}_1 + \bar{z}_2)$ $(\because z ^2 = z\bar{z})$ $= (z_1 + z_2)(\bar{z}_1 + \bar{z}_2)$ $= z_1\bar{z}_1 + z_1\bar{z}_2 + z_2\bar{z}_1 + z_2\bar{z}_2$ $= z_1 ^2 + z_2 ^2 + 2\text{Re}(z_1\bar{z}_2)$ $\leq z_1 ^2 + z_2 ^2 + 2 z_1z_2 \quad (\text{Re}(z) \leq z)$ $= z_1 ^2 + z_2 ^2 + 2 z_1 z_2 $

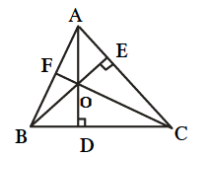
	$= [z_1 + z_2]^2$ $ z_1 + z_2 ^2 \leq [z_1 + z_2]^2$ <p>இருபுறமும் மிகை வர்க்கமூலம் எடுக்க</p> $ z_1 + z_2 \leq z_1 + z_2 $
48.	<p>$2 - i$ ஒரு மூலம் எனில் மற்றொரு மூலம் $2 + i$.</p> <p>மூலங்களின் கூடுதல் = 4 மூலங்களின் பெருக்கல் = 5 $x^2 - 4x + 5 = 0$ $6x^4 - 25x^3 + 32x^2 + 3x - 10$ $\equiv (x^2 - 4x + 5)(x^2 + px - 2)$ x ன் கெழுக்களை சமப்படுத்த $5p + 8$ $p = -1$ மற்றொரு காரணி $6x^2 - x - 2 = 0$ $x = \frac{2}{3}, -\frac{1}{2}$ எனவே, மூலங்கள் $2 \pm i, \frac{2}{3}, -\frac{1}{2}$</p>
49.	$3x - y - 5 = 0$ $x + 3y + k = 0$ <p>மையம் (2,1)</p> $k = 5$ <p>மற்றொரு தொலைதொடுகோடு $x + 3y + 5 = 0$ தொலைதொடுகோடுகளின் சேர்ப்பு சமன்பாடு $(3x - y - 5)(x + 3y - 5) = 0$ செவ்வக அதிபரவளையத்தின் வடிவம் $(3x - y - 5)(x + 3y - 5) + c = 0$ (1, -1) வழியே செல்வதால் $c = -7$ தேவையான சமன்பாடு $(3x - y - 5)(x + 3y - 5) - 7 = 0$</p>
50.	$(y - k)^2 = 4a(x - h)$ (i) $V(1, 2)$ $(y - 2)^2 = 4a(x - 1)$ குவியம்(3,2) தேவையான சமன்பாடு $(y - 2)^2 = 8(x - 1)$
50.	$2xx_1 + 5yy_1 - 20 = 0$ (ii) புள்ளி (2, 4) $x + 5y - 5 = 0$
51.	$F = \frac{5}{x} + 100x$ $\frac{dF}{dx} = -\frac{5}{x^2} + 100$ $\frac{d^2F}{dx^2} = \frac{10}{x^3}$ <p>சிறுமம் காண $\frac{dF}{dx} = 0$ $-\frac{5}{x^2} + 100 = 0 \Rightarrow -\frac{5}{x^2} = -100$ $x^2 = \frac{5}{100} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2\sqrt{5}}$ $x = -\frac{1}{2\sqrt{5}}$ என இருக்க இயலாது $x = \frac{1}{2\sqrt{5}}$ எனில் தடை சிறும மதிப்பு பெறும் $F = \frac{5}{\frac{1}{2\sqrt{5}}} + \frac{100}{2\sqrt{5}}$ தடையின் சிறும மதிப்பு = $20\sqrt{5}$</p>

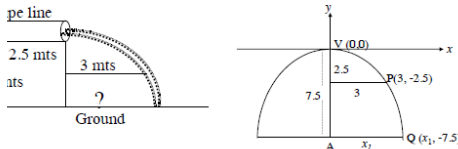
52.	<p>$[0, 2\pi]$ல் f தொடர்ச்சியுடையது (0, 2π) ல் f வகையிடத்தக்கது $f(a) = f(0) = 0, f(b) = f(2\pi) = 0$ $f'(c) = 0$ $f'(x) = -\sin x$ $f'(c) = -\sin c$ $-\sin c = 0$ $c = \pi \in (0, 2\pi)$ $x = \pi, y = -2$ x அச்சில் $(\pi, -2)$</p>
53.	$f(x) = (1 + x)^n - (1 + nx)$ $f'(x) = n(1 + x)^{n-1} - n$ $= n[(1 + x)^{n-1} - 1]$ <p>$x > 0$ மற்றும் $n - 1 > 0$ என்பதால் $(1 + x)^{n-1} > 1$, எனவே $f'(x) > 0$ $[0, \infty)$யில் f திட்டமாக ஏறும் சார்பாகும் $x > 0 \Rightarrow f(x) > f(0)$ $(1 + x)^n - (1 + nx) > (1 + 0) - (1 + 0)$ $(1 + x)^n - (1 + nx) > 0$ $(1 + x)^n > (1 + nx)$</p>
54.	$T = k\sqrt{l} = kl^{\frac{1}{2}}$ எனில் $\frac{dT}{dl} = k \left(\frac{1}{2} \times l^{-\frac{1}{2}} \right) = \left(\frac{k}{2\sqrt{l}} \right)$ மற்றும் $dl = 32.0 - 32.1 = -0.1$ செ.மீ. T இல் உள்ளபிழை = T இல் ஏற்படும் தோராயமான மாற்றம் $\Delta T \approx dT = \left(\frac{dT}{dl} \right) dl = \left(\frac{k}{2\sqrt{l}} \right) (-0.1)$ சதவீதப் பிழை = $\left(\frac{\Delta T}{T} \right) \times 100\%$ $= \left(\frac{k}{2\sqrt{l}} \right) (-0.1) \times 100\%$ $= \frac{-0.1}{2l} \times 100\% = \frac{-0.1}{2(32.1)} \times 100\%$ $= \frac{-0.1}{64.2} \times 100\%$ $= -0.156\%$ அலைவு நேரத்தில் ஏற்படும் சதவீதப் பிழை 0.156% குறைவு ஆகும்.
55.	$2x + 3y = 8$(1) அ $4x + 6y = 16$(2) $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 12 = 0$ $\Delta_x = \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 16 & 6 \end{vmatrix} = 48 - 48 = 0$ $\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 16 \end{vmatrix} = 32 - 32 = 0$ $\Delta = 0$ மற்றும் $\Delta_x = \Delta_y = 0$ என்பதாலும் Δ இன் குறைந்தது ஒரு கெழு a_{ij} ஆவது பூச்சியமற்று இருப்பதால், தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையதாகும். எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகள் கிடைக்கும். எல்லா 2×2 சிற்றணிக் கோவைகள் பூச்சியங்களாகவும், குறைந்தது ஒரு (1×1) சிற்றணிக்கோவை பூச்சியமற்றது ஆதலால்

	<p>தொகுப்பு ஒரே ஒரு தனிச்சமன்பாட்டிற்கு குறையும். x (அல்லது y)க்கு ஏதேனும் ஒரு மதிப்பளித்து y (அல்லது x)இன் மதிப்பைக் காணலாம்.</p> <p>$x = t$ எனத் தர $y = \frac{1}{3}(8 - 2t)$ எனவே தீர்வு கணமானது $(x, y) = (t, \frac{1}{3}(8 - 2t)) t \in R$</p>
55. ஆ	<p>$u = xy^2 \sin\left(\frac{x}{y}\right)$ $u(tx, ty) = (tx)(ty)^2 \sin\left(\frac{tx}{ty}\right) = t^3 xy^2 \sin\left(\frac{x}{y}\right)$ u என்பது படி 3 உடைய சமபடித்தான சார்பாகும். \therefore பூலரின் தேற்றத்தின்படி $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3u$</p>

பிரிவு - இ

56.	<p>$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 13 \\ 5 \end{bmatrix}$ $A X = B$ $A = 22 \neq 0$ A ஆனது பூச்சியமற்ற கோவை அணி, எனவே A^{-1}ஐக் காண இயலும். இணைகாரணிகளானவை $A_{11} = 6, A_{12} = -8, A_{13} = 2$ $A_{21} = 2, A_{22} = 1, A_{23} = -3$ $A_{31} = 4, A_{32} = 13, A_{33} = 5$ $[A_{ij}] = \begin{bmatrix} 6 & -8 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & 13 & 5 \end{bmatrix}$ $\text{adj } A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 4 \\ -8 & 1 & 13 \\ 2 & -3 & 5 \end{bmatrix}$ $A^{-1} = \frac{1}{ A }(\text{adj } A)$ $\therefore x = 4, y = 1, z = 0$</p>
57.	<p>தரப்பட்ட சமன்பாடுகளை $A X = B$ என எழுத $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & \mu \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ விரிவுப்படுத்தப்பட்ட அணியானது $[A, B] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & \mu & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ $\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & \mu - 12 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_2 \rightarrow R_2 - 4R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 - 2R_1 \end{matrix}$ $\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & \mu - 12 & 0 \\ 0 & 0 & 8 - \mu & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_3 \rightarrow R_3 - R_2 \end{matrix}$ நிலை(1): $\mu \neq 8$ எனில் $8 - \mu \neq 0$ எனவே 3 பூச்சியமற்ற நிரைகள் உள்ளன. $\therefore \rho(A) = \rho(A, B) = 3 =$ மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை எனவே தரப்பட்ட தொகுப்பிற்கு $x = 0, y = 0, z = 0$ என்கிற வெளிப்படைத் தீர்வு கிடைக்கும் நிலை(2): $\mu = 8$ எனில் $\rho(A, B) = \rho(A) = 2$ $\therefore \rho(A) = \rho(A, B) = 2 <$ மதிப்பிட வேண்டிய மாறிகளின் எண்ணிக்கை</p>

	<p>இந்நிலையில் தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையதாகும். மேலும் எண்ணிக்கையற்ற வெளிப்படையற்ற தீர்வுகளை பெறும். தரப்பட்ட சமன்பாட்டு தொகுப்பானது $x + y + 3z = 0; y + 4z = 0;$க்குச் சமானமானதாகும். $\therefore y = -4z; x = z$ $z = k$ என தர $x = k, y = -4k, z = k, k \in R - \{0\}$ இவை வெளிப்படையற்ற தீர்வுகளாகும்</p>
58.	<p>ΔABC இல் குத்துக்கோடுகள் AD, BE யும் Oஇல் சந்திக்கின்றன. குத்துக்கோடுகள் ஒரே புள்ளி வழியேச் செல்லும் என்பதை நிறுவ CO ஆனது AB க்கு செங்குத்தாக இருக்கும் என காட்டினால் போதும். O ஐ ஆதியாகக் கொள்க. A, B, Cஇன் நிலை வெக்டர்கள் முறையே $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OC} = \vec{c}$ $AD \perp BC$ $\vec{OA} \perp \vec{BC}$ $\Rightarrow \vec{OA} \cdot \vec{BC} = 0$ $\Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{c} - \vec{b}) = 0$ $\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \dots \dots \dots (1)$ $BE \perp CA$ $\vec{OB} \perp \vec{CA}$ $\Rightarrow \vec{OB} \cdot \vec{CA} = 0$ $\Rightarrow \vec{b} \cdot (\vec{a} - \vec{c}) = 0$ $\Rightarrow \vec{b} \cdot \vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \dots \dots \dots (2)$ (1) மற்றும் (2) ஐக் கூட்ட $\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$ $\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$ $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$ $\Rightarrow \vec{BA} \cdot \vec{OC} = 0$ $\Rightarrow \vec{OC} \perp \vec{AB}$ எனவே மூன்று குத்துக் கோடுகளும் ஒரே புள்ளியில் சந்திக்கும் கோடுகளாகும்.</p> 
59.	<p>கோடுகள் வெட்டிக்கொள்வதற்கான நிபந்தனை $\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$ $\begin{vmatrix} 2 - 1 & 1 + 1 & -1 + 0 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$ \therefore மேற்குறிப்பிட்ட கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்கின்றன. வெட்டும் புள்ளி: $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3} = \lambda$ என்க இந்த கோட்டில் அமைந்துள்ள ஏதேனும் ஒரு</p>

	<p>புள்ளியின் அமைப்பு $(\lambda + 1, -\lambda - 1, 3\lambda)$</p> $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1} = \mu$ என்க இந்த கோட்டில் அமைந்துள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியின் அமைப்பு $(\mu + 2, 2\mu + 1, -\mu - 1)$ இவை வெட்டிக்கொள்வதால் ஏதேனும் λ, μ க்கு $(\lambda + 1, -\lambda - 1, 3\lambda)$ $= (\mu + 2, 2\mu + 1, -\mu - 1)$ $\mu = -1, \lambda = 0$ \therefore வெட்டும் புள்ளி $(1 - 1, 0)$
60.	$x^2 - 2px + (p^2 + q^2) = 0$ $x = p \pm iq$ $\alpha = p + iq, \beta = p - iq$ என்க $\alpha - \beta = 2qi$ $\tan \theta = \frac{q}{y+p}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது $y + \alpha = q \frac{\cos \theta + i \sin \theta}{\sin \theta}$ $(y + \alpha)^n = \frac{q^n}{\sin^n \theta} [\cos n\theta + i \sin n\theta] \dots (1)$ இதே போல $(y + \beta)^n = \frac{q^n}{\sin^n \theta} [\cos n\theta - i \sin n\theta] \dots (2)$ (1)-(2) எனும் போது $(y + \alpha)^n - (y + \beta)^n = q^{n-1} \frac{\sin n\theta}{\sin^n \theta}$
61.	$x^9 + x^5 - x^4 - 1 = 0$ $x^5(x^4 + 1) - 1(x^4 + 1) = 0$ $(x^5 - 1)(x^4 + 1) = 0$ $x^5 - 1 = 0; x^4 + 1 = 0$ (i) $x = (1)^{\frac{1}{5}} = (\cos 0 + i \sin 0)^{\frac{1}{5}}$ $= (\cos 2k\pi + i \sin 2k\pi)^{\frac{1}{5}}$ $= \cos \frac{2k\pi}{5} + i \sin \frac{2k\pi}{5}$ $k = 0, 1, 2, 3, 4$ (ii) $x = (-1)^{\frac{1}{4}} = (\cos \pi + i \sin \pi)^{\frac{1}{4}}$ $= (\cos(2k+1)\pi + i \sin(2k+1)\pi)^{\frac{1}{4}}$ $= \cos \frac{(2k+1)\pi}{4} + i \sin \frac{(2k+1)\pi}{4}$ $k = 0, 1, 2, 3$ இவ்வாறு 9 மூலங்கள் பெறப்படுகின்றன.
62.	 <p>கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் படி பரவளையம் கீழ்நோக்கி திறப்புடையதாக அமைகிறது. $x^2 = -4ay$ P என்ற புள்ளி பரவளையப் பாதையில் குழாய் மட்டத்திற்கு 2.5 மீ கீழேயும்,</p>

	<p>குழாயின் முனை வழியே செல்லும் நிலை குத்துக் கோட்டிற்கு 3 மீ அப்பாலும் உள்ளது. P என்பது $(3, -2.5)$ எனவே, $9 = -4a(-2.5)$ $a = \frac{9}{10}$ \therefore பரவளையத்தின் சமன்பாடு $x^2 = -4 \times \frac{9}{10} y$ குத்துக் கோட்டின் அடிப்புள்ளியிலிருந்து x_1 தூரத்துக்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழுவதாக கொள்க. ஆனால் குழாயானது தரைமட்டத்திலிருந்து 7.5மீ உயரத்தில் அமைந்துள்ளது. $(x_1, -7.5)$ என்ற புள்ளிபரவளையத்திலுள்ளது. $x_1^2 = 27, x_1 = 3\sqrt{3}$ \therefore எனவே, தண்ணீர் தரையைத் தொடும் இடத்துக்கும் குழாயின் முனையிலிருந்து வரையப்படும் குத்துக்கோட்டிற்கும் இடைப்பட்ட தூரம் $3\sqrt{3}$ மீ.</p>												
63.	$x^2 - 4y^2 + 6x + 16y - 11 = 0$ $x^2 + 6x - 4y^2 + 16y = 11$ $(x^2 + 6x + 3^2 - 3^2) - 4(y^2 - 4y + 2^2 - 2^2) = 11$ $\{(x+3)^2 - 9\} - 4\{(y-2)^2 - 4\} = 11$ $(x+3)^2 - 4(y-2)^2 = 4$ $\frac{(x+3)^2}{4} - \frac{(y-2)^2}{1} = 4$ $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1$ இங்கு $X = x + 3, Y = y - 2$ குறுக்கச்சு X -அச்சிற்கு இணையாக உள்ளது. $a^2 = 4, b^2 = 1, a = 2, b = 1$ $e = \frac{\sqrt{5}}{2}, ae = 2 \times \frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$ <table border="1"> <tr> <td></td> <td>X, Y ஐ பொறுத்து</td> <td>x, y ஐ பொறுத்து $X = x + 3, Y = y - 2$</td> </tr> <tr> <td>மையம்</td> <td>$(0, 0)$</td> <td>$X = 0, Y = 0$ $x + 3 = 0, y - 2 = 0$ $C(-3, 2)$</td> </tr> <tr> <td>குவியங்கள்</td> <td>$(\pm ae, 0)$ $(\pm\sqrt{5}, 0)$</td> <td>$(\sqrt{5}, 0)$ $X = \sqrt{5}, Y = 0$ $x + 3 = \sqrt{5}, y - 2 = 0$ $x = -3 + \sqrt{5}, y = 2$ $F_1(-3 + \sqrt{5}, 2)$ $(-\sqrt{5}, 0)$ $X = -\sqrt{5}, Y = 0$ $x + 3 = -\sqrt{5}, y - 2 = 0$ $x = -3 - \sqrt{5}, y = 2$ $F_2(-3 - \sqrt{5}, 2)$</td> </tr> <tr> <td>முனைகள்</td> <td>$(\pm a, 0)$</td> <td>$(2, 0)$ $X = 2, Y = 0$</td> </tr> </table>		X, Y ஐ பொறுத்து	x, y ஐ பொறுத்து $X = x + 3, Y = y - 2$	மையம்	$(0, 0)$	$X = 0, Y = 0$ $x + 3 = 0, y - 2 = 0$ $C(-3, 2)$	குவியங்கள்	$(\pm ae, 0)$ $(\pm\sqrt{5}, 0)$	$(\sqrt{5}, 0)$ $X = \sqrt{5}, Y = 0$ $x + 3 = \sqrt{5}, y - 2 = 0$ $x = -3 + \sqrt{5}, y = 2$ $F_1(-3 + \sqrt{5}, 2)$ $(-\sqrt{5}, 0)$ $X = -\sqrt{5}, Y = 0$ $x + 3 = -\sqrt{5}, y - 2 = 0$ $x = -3 - \sqrt{5}, y = 2$ $F_2(-3 - \sqrt{5}, 2)$	முனைகள்	$(\pm a, 0)$	$(2, 0)$ $X = 2, Y = 0$
	X, Y ஐ பொறுத்து	x, y ஐ பொறுத்து $X = x + 3, Y = y - 2$											
மையம்	$(0, 0)$	$X = 0, Y = 0$ $x + 3 = 0, y - 2 = 0$ $C(-3, 2)$											
குவியங்கள்	$(\pm ae, 0)$ $(\pm\sqrt{5}, 0)$	$(\sqrt{5}, 0)$ $X = \sqrt{5}, Y = 0$ $x + 3 = \sqrt{5}, y - 2 = 0$ $x = -3 + \sqrt{5}, y = 2$ $F_1(-3 + \sqrt{5}, 2)$ $(-\sqrt{5}, 0)$ $X = -\sqrt{5}, Y = 0$ $x + 3 = -\sqrt{5}, y - 2 = 0$ $x = -3 - \sqrt{5}, y = 2$ $F_2(-3 - \sqrt{5}, 2)$											
முனைகள்	$(\pm a, 0)$	$(2, 0)$ $X = 2, Y = 0$											

	$(\pm 2, 0)$ $x + 3 = 2, y - 2 = 0$ $x = -1, y = 2$ $A(-1, 2)$ $(-2, 0)$ $X = -2, Y = 0$ $x + 3 = -2, y - 2 = 0$ $x = -5, y = 2$ $A'(-5, 2)$
64	<p>$y = mx + c$ என்ற கோடு அதிபரவளையம் $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ஐ தொட நிபந்தனை $c^2 = a^2m^2 - b^2$</p> $3x - y - 5 = 0$ $-y = -3x + 5$ $y = 3x - 5$ $m = 3, c = -5$
	$2x^2 - 3y^2 = 6$ $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1$ $a^2 = 3, b^2 = 2$ $c^2 = 25;$ $a^2m^2 - b^2 = 3(9) - 2 = 25$ $\Rightarrow c^2 = a^2m^2 - b^2$ $3x - y - 5 = 0$ என்ற கோடு அதிபரவளையத்தை தொடுகிறது. தொடும் புள்ளி $(\frac{-a^2m}{c}, \frac{-b^2}{c})$ $\frac{-a^2m}{c} = \frac{-3(3)}{-5} = \frac{9}{5}$ $\frac{-b^2}{c} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$ தொடும் புள்ளி $(\frac{9}{5}, \frac{2}{5})$
65	<p>t என்ற நேரத்தின் கூம்பின் கன அளவை V என்க. ஆரத்தையும் உயரத்தையும் r, h என்க. $2r = h$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. $\frac{dv}{dt} = 30$ எனும் போது $\frac{dh}{dt}$ ஐ காண வேண்டும்.</p> <p>கூம்பின் கன அளவு $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$</p> $= \frac{1}{3}\pi \left(\frac{h}{2}\right)^2 h$ $= \frac{\pi}{12}(h^3)$ $\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{12} \times 3h^2 \frac{dh}{dt}$ $\frac{dh}{dt} = \frac{4}{\pi h^2} \frac{dv}{dt}$

	$\left(\frac{dh}{dt}\right) = \frac{4 \times 30}{\pi \times 100} = \frac{12}{10\pi} = \frac{6}{5\pi}$ அடி/நிமிடம் \therefore கூம்பின் உயரம் $\frac{6}{5\pi}$ அடி/நிமிடம் என்ற விகிதத்தில் ஏறுகிறது.
66	<p>$f(x) = x - 2 \sin x, [0, 2\pi]$ இல் தொடர்ச்சியானது</p> $f'(x) = 1 - 2 \cos x$ $f'(x) = 0$ $1 - 2 \cos x = 0$ $\cos x = \frac{1}{2}$ $x = \frac{\pi}{3}$ or $\frac{5\pi}{3}$ <p>மாறுநிலைப் புள்ளிகளில் f இன் மதிப்பு</p> $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{3} - 2 \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} - \sqrt{3}$ $f\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{5\pi}{3} - 2 \sin \frac{5\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} + \sqrt{3} \approx 6.968039$ <p>இடைவெளியின் முடிவுப் புள்ளிகளில் f இன் மதிப்பு $f(0) = 0$ மற்றும் $f(2\pi) = 2\pi \approx 6.28$ இந்நான்கு எண்களையும் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கும் போது மீச்சிறு சிறுமம் என்பது</p> $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{3} - \sqrt{3}$ மீப்பெரு பெருமம் என்பது $f\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{5\pi}{3} + \sqrt{3}$
67	<p>$y = 12x^2 - 2x^3 - x^4$</p> $\frac{dy}{dx} = 24x - 6x^2 - 4x^3$ $\frac{d^2y}{dx^2} = 24 - 12x - 12x^2 = -12(x - 1)(x + 2)$ $\frac{d^2y}{dx^2} = 0 \Rightarrow x = -2, x = 1$ <p>$x \in (-\infty, -2)$ விலும் $x \in (1, \infty)$ விலும் $f''(x) < 0$ $x \in (-2, 1)$ ல் $f''(x) > 0$ $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ ல் f கீழ்நோக்கி குழிவாகவும், $(-2, 1)$ ல் மேல்நோக்கி குழிவாகவும் இருக்கும் $(-2, f(-2)), (1, f(1))$ $(-2, 48)$ மற்றும் $(1, 9)$ ஆகியவை வளைவு மாற்றுப் புள்ளிகளாகும்.</p>
68.	<p>$w = u^2 e^v, u = \frac{x}{y}, v = y \log x$</p> $\frac{\partial w}{\partial u} = 2ue^v \quad \left \quad \frac{\partial w}{\partial v} = u^2 e^v \quad \right \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{y}$ $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{x}{y^2} \quad \left \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{y}{x} \quad \right \quad \frac{\partial v}{\partial y} = \log x$ $\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial x}$ $\frac{\partial w}{\partial x} = x^y \frac{x}{y^2} (2 + y)$

	$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial y}$ $\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{x^2}{y^3} x^y [y \log x - 2]$																		
69.	<table border="1"> <tr> <td>சார்பகம்</td> <td>x-இன் எல்லா மெய் மதிப்புகளுக்கும் $f(x)$ ஆனது வரையறுக்கப்படுகிறது. எனவே $f(x)$ இன் சார்பகம் $(-\infty, \infty)$ என்கிற முழு இடைவெளி.</td> </tr> <tr> <td>நீட்டிப்பு</td> <td>கிடைமட்ட நீட்டிப்பு $-\infty < x < \infty$ நிலைக்குத்து நீட்டிப்பு $-\infty < y < \infty$</td> </tr> <tr> <td>வெட்டுத் துண்டுகள்</td> <td>$x = 0$, எனில் $y = 0$ $y = 0$, எனில் $x = 0$</td> </tr> <tr> <td>ஆதி</td> <td>வளைவரையானது ஆதி வழிச் செல்லும்</td> </tr> <tr> <td>சமச்சீர் சோதனை</td> <td>வளைவரையானது ஆதியை பொறுத்து சமச்சீரானது</td> </tr> <tr> <td>தொலைத் தொடு கோடுகள்</td> <td>வளைவரைக்கு எந்த ஒரு தொலைத்தொடுகோடுகளும் இல்லை.</td> </tr> <tr> <td>ஓரியல்பு தன்மை</td> <td>எல்லா x க்கும் $y' \geq 0$ ஆதலால், வளைவரையானது $(-\infty, \infty)$ முழுவதும் ஏறுமுகமாக செல்லும்</td> </tr> <tr> <td>சிறப்புப் புள்ளிகள்</td> <td>$(-\infty, 0)$ என்ற இடைவெளியில் கீழ்நோக்கி குழிவாகவும் மற்றும் $(0, \infty)$ என்ற இடைவெளியில் மேல் நோக்கி குழிவாகவும் இருக்கும். $(0, 0)$ என்பது வளைவு மாற்றுப் புள்ளி</td> </tr> <tr> <td>வரைபடம்</td> <td> </td> </tr> </table>	சார்பகம்	x -இன் எல்லா மெய் மதிப்புகளுக்கும் $f(x)$ ஆனது வரையறுக்கப்படுகிறது. எனவே $f(x)$ இன் சார்பகம் $(-\infty, \infty)$ என்கிற முழு இடைவெளி.	நீட்டிப்பு	கிடைமட்ட நீட்டிப்பு $-\infty < x < \infty$ நிலைக்குத்து நீட்டிப்பு $-\infty < y < \infty$	வெட்டுத் துண்டுகள்	$x = 0$, எனில் $y = 0$ $y = 0$, எனில் $x = 0$	ஆதி	வளைவரையானது ஆதி வழிச் செல்லும்	சமச்சீர் சோதனை	வளைவரையானது ஆதியை பொறுத்து சமச்சீரானது	தொலைத் தொடு கோடுகள்	வளைவரைக்கு எந்த ஒரு தொலைத்தொடுகோடுகளும் இல்லை.	ஓரியல்பு தன்மை	எல்லா x க்கும் $y' \geq 0$ ஆதலால், வளைவரையானது $(-\infty, \infty)$ முழுவதும் ஏறுமுகமாக செல்லும்	சிறப்புப் புள்ளிகள்	$(-\infty, 0)$ என்ற இடைவெளியில் கீழ்நோக்கி குழிவாகவும் மற்றும் $(0, \infty)$ என்ற இடைவெளியில் மேல் நோக்கி குழிவாகவும் இருக்கும். $(0, 0)$ என்பது வளைவு மாற்றுப் புள்ளி	வரைபடம்	
சார்பகம்	x -இன் எல்லா மெய் மதிப்புகளுக்கும் $f(x)$ ஆனது வரையறுக்கப்படுகிறது. எனவே $f(x)$ இன் சார்பகம் $(-\infty, \infty)$ என்கிற முழு இடைவெளி.																		
நீட்டிப்பு	கிடைமட்ட நீட்டிப்பு $-\infty < x < \infty$ நிலைக்குத்து நீட்டிப்பு $-\infty < y < \infty$																		
வெட்டுத் துண்டுகள்	$x = 0$, எனில் $y = 0$ $y = 0$, எனில் $x = 0$																		
ஆதி	வளைவரையானது ஆதி வழிச் செல்லும்																		
சமச்சீர் சோதனை	வளைவரையானது ஆதியை பொறுத்து சமச்சீரானது																		
தொலைத் தொடு கோடுகள்	வளைவரைக்கு எந்த ஒரு தொலைத்தொடுகோடுகளும் இல்லை.																		
ஓரியல்பு தன்மை	எல்லா x க்கும் $y' \geq 0$ ஆதலால், வளைவரையானது $(-\infty, \infty)$ முழுவதும் ஏறுமுகமாக செல்லும்																		
சிறப்புப் புள்ளிகள்	$(-\infty, 0)$ என்ற இடைவெளியில் கீழ்நோக்கி குழிவாகவும் மற்றும் $(0, \infty)$ என்ற இடைவெளியில் மேல் நோக்கி குழிவாகவும் இருக்கும். $(0, 0)$ என்பது வளைவு மாற்றுப் புள்ளி																		
வரைபடம்																			
70. அ	<p>கார்டீசியன் அமைப்பு:</p> <p>a, b மற்றும் c என்பன முறையே x, y மற்றும் z ன் வெட்டுத்துண்டுகள்</p> <p>∴ தளமானது $(a, 0, 0), (0, b, 0), (0, 0, c)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்கிறது.</p> <p>தளத்தின் சமன்பாடு</p>																		

	$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$ $\begin{vmatrix} x - a & y - 0 & z - 0 \\ -a & b - 0 & 0 \\ -a & 0 & c - 0 \end{vmatrix} = 0$ $(x - a)(bc) - (y - 0)(-ac) + (z - 0)(0 + ab) = 0$ $(x - a)(bc) + yac + zab = 0$ $xbc - abc + yac + zab = 0$ $xbc + yac + zab = abc$ $\div abc \quad \frac{xbc}{abc} + \frac{yac}{abc} + \frac{zab}{abc} = \frac{abc}{abc}$ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ <p>கார்டீசியன் அமைப்பு:</p> <p>முன்று புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் தளத்தின் சமன்பாடு $\vec{r} = (1 - s - t)\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$</p> $\vec{r} = (1 - s - t)a\vec{i} + sb\vec{j} + tck\vec{k}$ $x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = (1 - s - t)a\vec{i} + sb\vec{j} + tck\vec{k}$ $x = (1 - s - t)a; y = sb; z = tc$ $\frac{x}{a} = 1 - s - t, \frac{y}{b} = s, \frac{z}{c} = t$ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 - s - t + s + t$ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$
70. ஆ	<p>பாலத்தின் நடுப்புள்ளியை மையம் $C(0,0)$ ஆக எடுத்துக் கொள்வோம். கிடைமட்டம் 40 அடி எனவே முனைகள் $A(20,0)$ மற்றும் $A'(-20,0)$</p> $2a = 40 \Rightarrow a = 20, b = 16$ <p>சமன்பாடு $\frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{256} = 1$</p> <p>மையத்திலிருந்து 9 அடி வலப்புறத்தில் உயரத்தை y_1 என்க. எனவே $(9, y_1)$ என்ற புள்ளி சமன்பாட்டில் உள்ளது.</p> $\frac{9^2}{400} + \frac{y_1^2}{256} = 1$ $y_1^2 = 256 \left(\frac{319}{400} \right) \Rightarrow y_1 = \frac{4\sqrt{319}}{5}$ <p>∴ மையத்திலிருந்து வலது அல்லது இடதுபுறத்தில் 9 அடி தூரத்தில் உள்ள தரைப்புள்ளியிலிருந்து பாலத்தின் உயரம் $\frac{4\sqrt{319}}{5}$ அடி</p>

தயாரிப்பு க. தினேஷ் M.Sc., M.Phil., PGDCA.,(Ph.D)