

மேல்நிலை முதலாம் ஆண்டு

கணிதவியல்

நேரம் :2.30 மணி

மதிப்பெண்:90

மாதிரி வினாத்தாள்

பகுதி-I

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.
சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதவும்.

1. 2×3 வரிசையுடைய ஒரு அணியில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை
(அ) 5 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 6
2. A என்பது 4 வரிசையுடைய சதுர அணி எனில் $|A|$ என்பது
(அ) $K|A|$ (ஆ) $K^2|A|$ (இ) $K^3|A|$ (ஈ) $K^4|A|$
3. ABC என்ற முக்கோணத்தின் G என்பது நடுச்சந்தி. O என்பது ஏதேனும் ஒரு புள்ளி எனில் $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} =$
(அ) \vec{O} (ஆ) \vec{OG} (இ) $3\vec{OG}$ (ஈ) $4\vec{OG}$
4. $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$ மற்றும் $\vec{b} = \vec{j} - \vec{k}$ எனில் $\vec{a} - \vec{b}$ -ன் மட்டானது
(அ) 1 (ஆ) 9 (இ) 3 (ஈ) $\sqrt{3}$
5. ஒரு பல கோணத்திற்கு 44 மூலைவிட்டங்கள் உள்ளதெனில் அதன் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை
(அ) 11 (ஆ) 7 (இ) 8 (ஈ) 12
6. $\frac{3x+7}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-2} - \frac{10}{x-1}$ எனில் A-யின் மதிப்பு
(அ) 13 (ஆ) -13 (இ) -10 (ஈ) 10
7. a, b ஆகியவற்றின் A.M., G.M., H.M., ஆகியவை சமமாக இருப்பின்
(அ) $a=b$ (ஆ) $ab=1$ (இ) $a > b$ (ஈ) $a < b$
8. $a_n = n^2 3^{-n}$ -ன் 3 வது உறுப்பானது
(அ) $\frac{1}{9}$ (ஆ) 1 (இ) $\frac{1}{3}$ (ஈ) 3
9. $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டையுடைய சோடியான நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து எனில்,
(அ) $ab=0$ (ஆ) $a+b=0$ (இ) $a-b=0$ (ஈ) $a=0$

10. $x^2+y^2-2x+4y-4=0$ என்ற சமன்பாட்டினையுடைய வட்டத்தின் ஆரம்
(அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4
11. $\cos \theta=0$ எனில் θ -ன் பொதுத்தீர்வானது
(அ) $n \pi$ (ஆ) $(2n+1) \frac{\pi}{2}$ (இ) $-\pi$ (ஈ) $-n \pi$
12. முடிவுப்பக்கமும் தொடக்கப்பக்கமும் ஒரே நேர்க்கோட்டில் எதிர்த்திசையில் அமைந்தால் அவற்றின் இடைப்பட்ட கோணம்
(அ) 0° (ஆ) 90° (இ) 180° (ஈ) 270°
13. \log_e^x -என்ற சார்பின் வீச்சகம்
(அ) $(0, \infty)$ (ஆ) $(-\infty, \infty)$ (இ) $(-\infty, 0)$ (ஈ) $[0, \infty)$
14. $\lceil 3.5 \rceil$ -ன் மதிப்பு
(அ) 2 (ஆ) 3 (இ) 4 (ஈ) 5
15. $\frac{d}{dx} (\log \sqrt{x}) =$
(அ) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ (ஆ) $\frac{1}{2x}$ (இ) $\frac{1}{x\sqrt{x}}$ (ஈ) $\frac{1}{2x\sqrt{x}}$
16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x =$
(அ) e (ஆ) e^x (இ) e^3 (ஈ) ∞
17. $\int \log x \, dx =$
(அ) $\frac{1}{x} + c$ (ஆ) $\frac{(\log x)^2}{2} + c$ (இ) $x \log x + x + c$ (ஈ) $x \log x - x + c$
18. $\int e^{2x} \sin 3x \, d(x) =$
(அ) $\frac{e^{2x}}{13} (2\sin 3x - 3 \cos 3x) + c$ (ஆ) $\frac{e^{2x}}{13} (3\sin 2x - 2 \cos 2x) + c$
(இ) $\frac{e^{2x}}{13} (2\sin 3x + 3 \cos 3x) + c$ (ஈ) $\frac{e^{2x}}{13} (3\cos 3x + 2 \sin 3x) + c$
19. A மற்றும் B இரண்டும் சாரா நிகழ்ச்சிகள் எனில் $P(A/B) =$ -----
(அ) $P(A)$ (ஆ) $P(A \cap B)$ (இ) $P(A) = P(B)$ (ஈ) $\frac{P(A)}{P(B)}$
20. X, Y என்பவர்கள் முறையே 95, 80 சதவீதத்தில் உண்மை பேசுவார்களாயின் இரண்டு பேரும் ஒருவருக்கொருவர் மாற்றி பேசக்கூடிய சதவீத அளவு
(அ) 14% (ஆ) 86% (இ) 23% (ஈ) 85.5%

பகுதி-II

எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.
வினா எண்.30க்கு கட்டாயம் விடையளிக்கவும்

7 x 2 =14

21.
$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}^2 = \begin{vmatrix} a_1^2 & a_2^2 & a_1 b_1 + a_2 b_2 \\ a_1 b_1 + a_2 b_2 & b_1^2 + b_2^2 & \end{vmatrix}$$
 என நிறுவுக.

22. ABC மற்றும் A'B'C' என்ற இரு முக்கோணங்களின் நடுக்கோட்டுச் சந்திகள் முறையே G G' ஆக இருப்பின் $\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} = 3\vec{GG'}$ என நிறுவுக.

23. ${}_{10}P_r = 5040$ எனில் r-ன் மதிப்பு காண்.

24. (1, -4) என்ற புள்ளியிலிருந்து எப்பொழுதும் 6 அலகு தூரத்தில் இருக்கும் புள்ளியின் இயங்குவரையின் சமன்பாடு காண்க.

25. மதிப்பு காண்: $\cos(-870^\circ)$

26. $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ என்ற சார்புகள் $f(x)=x+1$, $g(x)=x^2$ என வரையறுக்கப்படுகிறதெனில் $(f \circ g)(3)$ -ன் மதிப்பு காண்க.

27. $y=x^3-6x^2+7x+6$ எனில் $\frac{d^2y}{dx^2}$ -ன் மதிப்பு காண்.

28. $\int \cos^2 x dx$ -ன் மதிப்பு காண்.

29. மூன்று நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகிறது. குறைந்தது இரண்டு தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

30.
$$\frac{e^2-1}{e^2+1} = \frac{\frac{1}{1!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \dots}{1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \dots}$$
 என நிறுவுக.

பகுதி-III

7x3=21

எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும், அவற்றில் வினா எண்.40க்கு கட்டாயம் விடையளிக்கவும்.

31. ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிப் புள்ளிகளிலிருந்து அதற்கு எதிர்ப்பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளை நோக்கி வரையப்படும் வெக்டர்களின் கூடுதல் பூஜ்ஜியம் என நிறுவுக.

32.

$(x + \frac{1}{x^3})^{17}$ -ன் விரிவாக்கத்தில் x^5 -ன் குணகத்தைக் காண்க.

33. 576 மற்றும் 9 ஆகியவற்றிற்கு இடைப்பட்ட 5 பெருக்குச் சராசரிகளைக் காண்க.
34. $ax^2+2hxy+by^2=0$ எனும் ஆதிவழிச் செல்லும் இரட்டை நேர்க்கோடுகளில் ஒன்றின் சாய்வு மற்றதின் சாய்வைப்போல இரண்டு மடங்கு எனில் $8h^2=9ab$ என நிறுவுக.
35. நிரூபிக்க : $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8}$
36. $f: R \rightarrow R$ என்ற சார்பு $f(x) = 3x+2$ என வரையறுப்பின் f^{-1} -ஐக் காண்க. மேலும் $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$ எனவும் நிரூபிக்க.
37. மதிப்பீடுக : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sin^{-1} x}$
38. தொகைக் காண்க. $\int (3x + 4) \sqrt{3x + 7} dx$
39. 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக்கட்டிலிருந்து இரண்டு சீட்டுகள் ஒன்றன்பின் ஒன்றாக உருவப்படுகிறது. இரண்டுமே அரசனாகக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவினை பின்வரும் நிபந்தனைகளின்படி காண்க.
(அ) முதலில் உருவிய சீட்டு மீண்டும் வைக்கப்படுகிறது.
(ஆ) முதலில் உருவிய சீட்டு கட்டில் மீண்டும் வைக்கப்படவில்லை.
40. $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ மற்றும் $A^2 = KA - 2I$ எனில் K ன் மதிப்பு காண்க

பகுதி-IV

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

7x5=35

41. காரணி முறையைப் பயன்படுத்தி

$$\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & (c+a)^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix} = 2abc(a+b+c)^3 \text{ என நிறுவுக.}$$

(அல்லது)

$\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$, $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$, $7\vec{j} + 5\vec{k}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒரே தள வெக்டர்களா என்பதனைச் சரிபார்க்கவும்.

42. $A + B = 45^\circ$ எனில் $(1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2$ என்று நிறுவுக. இதிலிருந்து $\tan 22 \frac{1}{2}^\circ$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

(அல்லது)

நேப்பியரின் சூத்திரத்தை எழுதி நிரூபிக்கவும்.

43. கணிதத் தொகுத்தறிதல் மூலம் நிரூபிக்கவும்.
 $1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, for all $n \in \mathbb{N}$

(அல்லது)

a,b,c ஆகியவை H.P-ல் இருப்பின் $\frac{b+a}{b-a} + \frac{b+c}{b-c} = 2$ என நிறுவுக.

44. (1,1), (2,-1) மற்றும் (3,2) என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லக்கூடிய வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

(அல்லது)

$x - y - 5 = 0$, $2x - y - 8 = 0$ மற்றும் $3x - y - 9 = 0$ ஆகிய நேர்க்கோடுகளைப் பக்கங்களாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் செங்கோட்டு மையத்தைக் காண்க

45. $y = \cos(\sin x)$ எனில், $\frac{d^2y}{dx^2} + \tan x \frac{dy}{dx} + y \cos^2 x = 0$ என நிறுவுக

(அல்லது)

n ஒரு விகிதமுறு எண்ணாக இருந்து $\left| \frac{\Delta x}{a} \right| < 1$ என இருப்பின்

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = na^{n-1} \quad (a \neq 0)$$

46. $\int_1^2 (2x + 5) dx$ என்ற வரையறுத்த தொகையினை கூட்டுத்தொகையின் எல்லையாகக் காண்க.

(அல்லது)

தொகைக் காண்க : $\int \frac{3x+1}{\sqrt{2x^2+x+3}} dx$

47. x ஒரு மெய்யெண் எனில் $f(x) = \frac{x^2-2x+4}{x^2+2x+4}$ என்ற சார்பின் வீச்சகம் $[\frac{1}{3}, 3]$

என நிரூபி.

(அல்லது)

திருகுகள் உற்பத்தி செய்யும் தொழிற்சாலை ஒன்றில் இயந்திரங்கள் A_1, A_2, A_3 முறையே 25%, 35%, மற்றும் 40% உற்பத்தி செய்கின்றன. அவற்றின் மொத்த உற்பத்தியில் 5%, 4%, 2% திருகுகள் குறையுள்ளதாகக் காணப்படுகின்றன. உற்பத்தியிலிருந்து, சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு திருகு எடுக்கப்படும்போது, அது குறையுள்ளதாகக் காணப்படுகிறது. அது இயந்திரம் A_2 -வால் உற்பத்தி செய்யப்பட்டது என்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?
