மேல்நிலை முதலாம் ஆண்டு
கணிதவியல்
மாதிரி வினாத்தாள்

நேரம்:2 ½ மணி **மதிப்பெண்: 90**

பகுதி - I **அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்**

சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதவும்

1. 2×3 வரிசையுடைய ஒரு அணியில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை
   a)5 b)2 c)3 **d)6**
2. A என்பது 4 வரிசையுடைய சதுர அணி எனில் $|KA|$ என்பது
   a) $K|A|$ b) $K^2|A|$ c) $K^3|A|$ **d)** $\boldsymbol{K^4|A|}$
3. ABC என்ற முக்கோணத்தின் G என்பது நடுச்சந்தி. O என்பது ஏதேனும் ஒரு புள்ளி எனில் $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} =$
   a) $\vec{O}$ b) $\overrightarrow{OG}$ **c)3** $\boldsymbol{\overrightarrow{OG}}$ d) $4\,\overrightarrow{OG}$
4. $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$ மற்றும் $\vec{b} = \vec{j} - \vec{k}$ எனில் $\vec{a} - \vec{b}$ ன் மட்டானது.
   a)1 b)9 **c)3** d)$\sqrt{3}$
5. ஒரு பலகோணத்திற்கு 44 மூலைவிட்டங்கள் உள்ளதெனில் அதன் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை
   a)11 b) 7 c) 8 d) 12
6. $\frac{3x+7}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-2} - \frac{10}{x-1}$ எனில் A யின் மதிப்பு
   a)13 b)-13 c) -10 d) 10
7. a , b ஆகியவற்றின் A.M., G.M., H.M., ஆகியவை சமமாக இருப்பின்
   a) $\boldsymbol{a = b}$ b) $ab = 1$ c) $a > b$ d) $a < b$
8. $a_n = n^2 3^{-n}$ ன் 3வது உறுப்பானது
   a) $\frac{1}{9}$ b) 1 **c)**$\boldsymbol{\frac{1}{3}}$ d) 3
9. $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டையுடைய சோடியான நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து எனில்,
   a) $ab = 0$ **b)** $\boldsymbol{a + b = 0}$ c) $a - b = 0$ d) $a = 0$
10. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டினையுடைய வட்டத்தின் ஆரம்
    a)1 b)2 **c)3** d)4
11. $\cos\theta = 0$ எனில் θ ன் பொதுத்தீர்வானது
    a) $n\pi$ **b)** $\boldsymbol{(2n+1)\frac{\pi}{2}}$ c)$-\pi$ d) $-n\pi$
12. முடிவுப்பக்கமும் தொடக்கப்பக்கமும் ஒரே நேர்க்கோட்டில் எதிர்த்திசையில் அமைந்தால் அவற்றின் இடைப்பட்ட கோணம்
    a) 0^0 b) 90^0 **c)** $\boldsymbol{180^0}$ d) 270^0
13. $log_{\,e}\, x$ என்ற சார்பின் வீச்சகம்
    a) $(0, \infty)$ **b)** $(-\infty, \infty)$ c) $(-\infty, 0)$ d) $[0, \infty)$
14. $\lceil 3.5 \rceil$ ன் மதிப்பு
    a)2 b)3 **c)4** d)5

15. $\frac{d}{dx}(\log\sqrt{x})$ is

a) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ **b)** $\boldsymbol{\frac{1}{2x}}$ c) $\frac{1}{x\sqrt{x}}$ d) $\frac{1}{2x\sqrt{x}}$

16. $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^x$ is

a) e b) e^x **c)** $\boldsymbol{e^3}$ d) ∞

17. $\int \log x\, dx =$

a) $\frac{1}{x}+c$ b) $\frac{(\log x)^2}{2}+c$ c) $x\log x + x + c$ **d)** $\boldsymbol{x\log x - x + c}$

18. $\int e^{2x}\sin 3x\, dx$ is

a) $\boldsymbol{\frac{e^{2x}}{13}(2\sin 3x - 3\cos 3x) + c}$ b) $\frac{e^{2x}}{13}(3\sin 2x - 2\cos 2x) + c$

c) $\frac{e^{2x}}{13}(2\sin 3x + 3\cos 3x)$ d) $\frac{e^{2x}}{13}(3\cos 3x + 2\sin 3x) + c$

19. A மற்றும் B இரண்டும் சாரா நிகழ்ச்சிகள் எனில் $P(A/B) =$ ____

a) $\boldsymbol{P(A)}$ b) $P(A\cap B)$ c) $P(A)=P(B)$ d) $\frac{P(A)}{P(B)}$

20. X, Y என்பவர்கள் முறையே 95, 80 சதவீதத்தில் உண்மை பேசுவார்களாயின் இரண்டு பேரும் ஒருவருக்கொருவர் மாற்றி பேசக்கூடிய சதவீத அளவு

a) 14% b) 86% **c) 23%** d) 85.5%

பகுதி –II

எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும் $7 \times 2 = 14$
வினா எண் . 30க்கு கட்டாயம் விடையளிக்கவும்

21. $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}^2 = \begin{vmatrix} a_1^2+a_2^2 & a_1b_1+a_2b_2 \\ a_1b_1+a_2b_2 & b_1^2+b_2^2 \end{vmatrix}$ **என நிறுவுக.**

$$\text{L.H.S} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}^2 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$ (முதலாம் அணிக்கோவையில் நிரை, நிரல்களை மாற்றம் செய்ய)

$$= \begin{vmatrix} a_1^2+a_2^2 & a_1b_1+a_2b_2 \\ a_1b_1+a_2b_2 & b_1^2+b_2^2 \end{vmatrix} = \text{R.H.S}$$

22. $\boldsymbol{ABC}$ **மற்றும்** $\boldsymbol{A'B'C'}$ **என்ற இரு முக்கோணங்களின் நடுக்கோட்டுச் சந்திகள் முறையே** $\boldsymbol{G, G'}$ **ஆக இருப்பின்** $\boldsymbol{\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}}$ **என நிறுவுக.**

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{3}, \qquad \overrightarrow{OG'} = \frac{\overrightarrow{OA}'+\overrightarrow{OB}'+\overrightarrow{OC}'}{3}$$

$$3\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}, \quad 3\overrightarrow{OG}' = \overrightarrow{OA}'+\overrightarrow{OB}'+\overrightarrow{OC}'$$

$$\overrightarrow{AA}'+\overrightarrow{BB}'+\overrightarrow{CC}' = \overrightarrow{OA}'-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}'-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}'-\overrightarrow{OC}$$

$$= \left(\overrightarrow{OA}'+\overrightarrow{OB}'+\overrightarrow{OC}'\right)-\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)$$

$$= 3\overrightarrow{OG}'-3\overrightarrow{OG} = 3\left(\overrightarrow{OG}'-\overrightarrow{OG}\right) = 3\overrightarrow{GG}'$$

23. $\mathbf{10P_r = 5040}$ **எனில்** $\boldsymbol{r}$ **ன் மதிப்பு காண்.**

$$\boxed{nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}}$$

$$\frac{10!}{(10-r)!} = 5040$$

$$\frac{10!}{5040} = (10-r)!$$

$$(10-r)! = \frac{10\times9\times8\times7\times6!}{10\times9\times8\times7}$$

$$(10-r)! = 6!$$

$$(10-r) = 6$$

$$10-6 = r$$

$$r = 4$$

24. $(\mathbf{1}, -\mathbf{4})$ **என்ற புள்ளியிலிருந்து எப்பொழுதும் 6 அலகு தூரத்தில் இருக்கும் புள்ளியின் இயங்குவரையின் சமன்பாடு காண்க.**

$P(x_1, y_1)$ என்பது நகரும் புள்ளி.மேலும் அது $(1,-4)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து 6 அலகு தூரத்தில் உள்ளது.

$$\sqrt{(x_1-1)^2 + (y_1+4)^2} = 6$$

இருபுறமும் வர்க்கபடுத்த

$$\boxed{\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2+b^2+2ab \\ (a-b)^2 &= a^2+b^2-2ab\end{aligned}}$$

$$(x_1-1)^2 + (y_1+4)^2 = 36$$

$$x_1^2 + 1^2 - 2(x_1)(1) + y_1^2 + 4^2 + 2(y_1)(4) = 36$$

$$x_1^2 + 1 - 2x_1 + y_1^2 + 16 + 8y_1 = 36$$

$$x_1^2 + y_1^2 - 2x_1 + 8y_1 = 36 - 17$$

$$x_1^2 + y_1^2 - 2x_1 + 8y_1 = -19$$

$\therefore (x_1, y_1)$ ல் இயக்குவரையானது $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 19 = 0$

25. **மதிப்பு காண்:** $\mathbf{\cos(-870^0)}$

$$\cos(-870^0) = \cos(870^0)$$

$$= \cos\big((2\times360^0) + 150^0\big) = \cos 150^0 = \cos(180^0 - 30^0)$$

$$= -\cos 30^0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

26. $\boldsymbol{f, g: R \to R}$ **என்ற சார்புகள்** $\boldsymbol{f(x) = x+1, g(x) = x^2}$ **என வரையறுக்கப்படுதிறதெனில்**

$\boldsymbol{(f\circ g)(3)}$ **ன் மதிப்பு காண்க.**

$f(x) = x+1$ மற்றும் $g(x) = x^2$

$(f\circ g)(3) = f[g(3)] = f(3^2) = f(9) = 9+1 = 10$

27. $\boldsymbol{y = x^3 - 6x^2 + 7x + 6}$ **எனில்** $\boldsymbol{\frac{d^2y}{dx^2}}$ **ன் மதிப்பு காண்.**

$$\boxed{\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}}$$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 12x + 7$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 6x - 12$$

28. $\int \cos^2 x\, dx$ **-ன் மதிப்பு காண்**

$$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$

$$\int \cos^2 x\, dx = \int \frac{1+\cos 2x}{2} dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{2} + \frac{\cos 2x}{2}\right) dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{2}\right) dx + \int \left(\frac{\cos 2x}{2}\right) dx$$

$$= \frac{1}{2}\int dx + \frac{1}{2}\int \cos 2x\, dx$$

$$= \frac{1}{2}x + \frac{\sin 2x}{2\times 2}$$

$$= \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}$$

29. **மூன்று நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகிறது. குறைந்தது இரண்டு தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.**

மூன்று நாணயங்கள் சுண்டப்படுகின்றன. $n(S) = 8$

குறைந்தது இரண்டு தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= P(2) + P(3) = 3C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right) + 3C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^0$$

$$= \frac{3\times 2}{1\times 2}\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right) + 1\left(\frac{1}{8}\right) = 3\left(\frac{1}{8}\right) + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3+1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

30. $\frac{e^2-1}{e^2+1} = \frac{\frac{1}{11}+\frac{1}{31}+\frac{1}{51}+\cdots}{1+\frac{1}{21}+\frac{1}{41}+\cdots.}$ **என நிறுவுக**

$$\text{R.H.S} = \frac{\frac{1}{1!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}+\cdots}{1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+\cdots} = \frac{\frac{e-e^{-1}}{2}}{\frac{e+e^{-1}}{2}} = \frac{e-e^{-1}}{e+e^{-1}} = \frac{e+\frac{1}{e}}{e-\frac{1}{e}} = \frac{\frac{e^2+1}{e}}{\frac{e^2-1}{e}} = \frac{e^2+1}{e^2-1} = \text{L.H.S}$$

பகுதி –III

எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும், அவற்றில் வினா எண். 40 க்கு கட்டாயம் விடையளிக்கவும்

7 x 3 = 21

31. **ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிப் புள்ளிகளிலிருந்து அதற்கு எதிர்ப்பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளை நோக்கி வரையப்படும் வெக்டர்களின் கூடுதல் பூஜ்ஜியம் என நிறுவுக.**

O என்பது ஆதிபுள்ளி. ΔABC ல் BC, CA, AB ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே D, E, F

$$\overrightarrow{OD} = \frac{\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{2},\quad \overrightarrow{OE} = \frac{\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OA}}{2},\quad \overrightarrow{OF} = \frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}}{2}$$

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OC}$$

$$= \frac{\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{2} - \overrightarrow{OA} + \frac{\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OA}}{2} - \overrightarrow{OB} + \frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}}{2} - \overrightarrow{OC}$$

$$= \frac{2\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}}{2} - \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$$

$= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$

$= 0$

32. $\left(x + \frac{1}{x^3}\right)^2$ **ன் விரிவாக்கத்தில்** x^5 **ன் குணகத்தை காண்க**

$\left(x + \frac{1}{x^3}\right)^{17}$ ன் விரிவில் பொது உறுப்பு

$T_{r+1} = 17C_r x^{17-r}\left(\frac{1}{x^3}\right)^r = 17C_r x^{17-r}x^{-3r} = 17C_r x^{17-4r}$

x^5 ஐ கொண்ட உறுப்பு T_{r+1}

$17 - 4r = 5$

$-4r = 5 - 17$

$-4r = -12$

$r = 3$

$T_{r+1} = T_{3+1}$

$= 17C_3 x^{17-4(3)}$

$= \frac{17\times16\times15}{1\times2\times3}\ x^{17-12}$

$= 680\ x^5$

$\therefore x^5$ ன் குணகம் $= 680$

33. **576 மற்றும் 9 ஆகியவற்றிற்கு இடைப்பட்ட 5 பெருக்குச் சராசரிகளைக் காண்க.**

$a = 576$ மற்றும் $b = 9$ ஆகியவற்றிற்கு இடைப்பட்ட 5G.Mகள். G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 பொது விகிதம் r

$G_1 = 576r$

$G_2 = 576r^2$

$G_3 = 576r^3$

$G_4 = 576r^4$

$G_5 = 576r^5$

$9 = 576r^6$

$r^6 = \frac{9}{576}$

$r = \left(\frac{9}{576}\right)^{\frac{1}{6}} = \left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{6}} = \left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}}$

$r = \frac{1}{2}$

$G_1 = 576r = 576\left(\frac{1}{2}\right) = 288$

$G_2 = 576r^2 = 576\left(\frac{1}{4}\right) = 144$

$G_3 = 576r^3 = 576\left(\frac{1}{8}\right) = 72$

$G_4 = 576r^4 = 576\left(\frac{1}{16}\right) = 36$

$G_5 = 576r^5 = 576\left(\frac{1}{32}\right) = 18$

எனவே 576 மற்றும் 9க்கும் இடைப்பட்ட தேவையான GM கள் 288, 144, 72, 36, 18

34. $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ எனும் ஆதிவழிச் செல்லும் இரட்டை நேர்க்கோடுகளில் ஒன்றின் சாய்வு மற்றதின் சாய்வைப்போல இரண்டு மடங்கு எனில் $8h^2 = 9ab$ என நிறுவுக.

m_1, m_2 என்பவை இரட்டை நேர்க்கோடுகளின் சாய்வுகள் என்க

$m_1 + m_2 = -\frac{2h}{b}$

$m_1 m_2 = \frac{a}{b}$

கணக்கின்படி $m_1 = 2m_2$

$2m_2 + m_2 = -\frac{2h}{b}$

$3m_2 = -\frac{2h}{b}$

$m_2 = -\frac{2h}{3b}$

$m_1 m_2 = \frac{a}{b}$

$2m_2 . m_2 = \frac{a}{b}$

$2\left(-\frac{2h}{3b}\right)\left(-\frac{2h}{3b}\right) = \frac{a}{b}$

$\frac{8h^2}{9b^2} = \frac{a}{b}$

$8h^2 = \frac{9b^2 a}{b}$

$8h^2 = 9ab$

35. நிரூபிக்க. $\sin 20^0 \sin 40^0 \sin 80^0 = \frac{\sqrt{3}}{8}$

$\sin 20^0 \sin 40^0 \sin 80^0 = \sin 20^0 \ \frac{1}{2}\{\cos 40^0 - \cos 120^0\}$

$= \frac{1}{2}\sin 20^0 \left\{\cos 40^0 + \frac{1}{2}\right\}$

$\boxed{\sin A \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) - \cos(A+B))}$

$= \frac{1}{2}\sin 20^0 \cos 40^0 + \frac{1}{4}\sin 20^0$

$= \frac{1}{4}(\sin 60^0 - \sin 20^0) + \frac{1}{4}\sin 20^0$

$= \frac{1}{4}\sin 60^0 - \frac{1}{4}\sin 20^0 + \frac{1}{4}\sin 20^0$

$= \frac{1}{4}\sin 60^0$

$= \frac{1}{4}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= \frac{\sqrt{3}}{8}$

36. $\boldsymbol{f: R \to R}$ **என்ற சார்பு** $\boldsymbol{f(x) = 3x + 2}$ **என வரையறுப்பின்** $\boldsymbol{f^{-1}}$ **ஐக் காண்க. மேலும்** $\boldsymbol{f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = 1}$ **எனவும் நிரூபிக்க.**

$$f(x) = 3x + 2$$

$$y = 3x + 2$$

$$x = \frac{y-2}{3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$$

$$f \circ f^{-1}(x) = f\left(\frac{x-2}{3}\right) = 3\left(\frac{x-2}{3}\right) + 2 = x - 2 + 2 = x$$

$$f^{-1} \circ f(x) = f^{-1}(3x+2) = \frac{3x + 2 - 2}{3} = \frac{3x}{3} = x$$

$$f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$$

37. மதிப்பிடுக.: $\boldsymbol{\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sin^{-1} x}}$

$\sin^{-1} x = y$ என்க

$x = \sin y$ & $y \to 0$ as $x \to 0$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sin^{-1} x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sin^{-1} x} \times \left(\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{(1+x)-(1-x)}{\sin^{-1} x} \times \left(\frac{1}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}\right)$$

$$= \lim_{y\to 0} \left(\frac{2 \sin y}{y}\right) \lim_{y\to 0} \left(\frac{1}{\sqrt{1+\sin^{-1} y}+\sqrt{1-\sin^{-1} y}}\right)$$

$$= 2 \times 1 \times \frac{1}{2} = 1$$

38. தொகைக் காண்க: $\boldsymbol{\int (3x + 4)\sqrt{3x + 7}dx}$

$$\int (3x + 4)\sqrt{3x + 7}dx = \int \{3x + 7 - 3\}\sqrt{3x + 7}dx$$

$$= \int \{(3x + 7) - 3\}\sqrt{3x + 7}dx$$

$$= \int \left\{(3x + 7)\sqrt{3x + 7} - 3\sqrt{3x + 7}\right\}dx$$

$$= \int \left\{(3x + 7)^{\frac{3}{2}} - 3(3x + 7)^{\frac{1}{2}}\right\} dx$$

$$= \frac{1}{3}\frac{(3x+7)^{\frac{5}{2}}}{5/2} - 3\,\frac{1}{3}\frac{(3x+7)^{\frac{3}{2}}}{3/2} + c$$

$$= \frac{2}{15}(3x + 7)^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}(3x + 7)^{\frac{3}{2}} + c$$

39. 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக்கட்டிலிருந்து இரண்டு சீட்டுகள் ஒன்றன்பின் ஒன்றாக உருவப்படுகிறது. இரண்டுமே அரசனாகக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவினை பின்வரும் நிபந்தனைகளின் படி காண்க.

(i) முதலில் உருவிய சீட்டு மீண்டும் வைக்கப்படுகிறது

(ii) முதலில் உருவிய சீட்டு கட்டில் மீண்டும் வைக்கப்படவில்லை.

A என்பது முதல்முறை எடுக்கப்படும் போது அரசனாக கிடைக்கப்பெறும் நிகழ்ச்சி

B என்பது இரண்டாம் முறை எடுக்கப்படும் போது அரசனாக கிடைக்கப்பெறும் நிகழ்ச்சி

நிலை **(i)** சீட்டு மீண்டும் வைக்கப்படுகிறது.

$n(A) = 4$ (அரசன்)

$n(B) = 4$ (அரசன்)

மற்றும் $n(S) = 52$

நிகழ்ச்சி A யனாது B யின் நிகழ்தகவினை பாதிக்காது. ஆதலால் A வும் B வும் சார்பிலா நிகழ்ச்சிகளாகும்

$$P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{4}{52} \times \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \times \frac{1}{13} = \frac{1}{169}$$

நிலை (ii) சீட்டு மீண்டும் வைக்கப்படவில்லை

முதல்முறை எடுக்கும் போது மொத்தம் 52 சீட்டுகளும் அதில் 4 அரசன் சீட்டுகளும் இருக்கும். முதல் சீட்டை மீண்டும் வைக்காமல் இரண்டாம் முறை எடுக்கும் போது மொத்தம் 51 சீட்டுகளில் 3 அரசன் சீட்டுகள் இருக்கும். எனவே, முதலில் நடந்த நிகழ்ச்சி A வானது, பின் நடக்கும் நிகழ்ச்சி B யின் நிகழ்தகவினைப் பாதிக்கிறது. ஆதலால் A, B நிகழ்ச்சிகள் சார்பிலா நிகழ்ச்சிசகள் அல்ல. அவை ஒன்றுக்கொன்று சார்ந்த நிகழ்ச்சிகளாகும்.

$$P(A \cap B) = P(A).P(B/A)$$

$$P(A) = \frac{4}{52}, P(B/A) = \frac{3}{51}$$

$$P(A \cap B) = P(A).P(B/A) = \frac{4}{52} \times \frac{3}{51} = \frac{1}{13} \times \frac{1}{17} = \frac{1}{221}$$

40. $\boldsymbol{A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}}$ **மற்றும்** $\boldsymbol{A^2 = KA - 2I}$ **எனில்** $\boldsymbol{k}$ **ன் மதிப்பு காண்க.**

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9-8 & -6+4 \\ 12-8 & -8+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = KA - 2I$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3k & -2k \\ 4k & -2k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3k-2 & -2k \\ 4k & -2k-2 \end{pmatrix}$$

$\therefore\ 1 = 3k - 2$

$3 = 3k$

$k = 1$

பகுதி –IV

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும் $\mathbf{7 \times 5 = 35}$

41. காரணி முறையைப் பயன்படுத்தி $\begin{vmatrix} (\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})^2 & \boldsymbol{a}^2 & \boldsymbol{a}^2 \\ \boldsymbol{b}^2 & (\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a})^2 & \boldsymbol{b}^2 \\ \boldsymbol{c}^2 & \boldsymbol{c}^2 & (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2 \end{vmatrix} = \mathbf{2}\boldsymbol{abc}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})^3$ **என நிறுவுக**

$\Delta = \begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & (c+a)^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix}$, $a = 0$ என Δ ல் பிரதியிட

$\Delta = \begin{vmatrix} (b+c)^2 & 0 & 0 \\ b^2 & c^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & b^2 \end{vmatrix} = 0$ [$\because C_2, C_3$ விகித சமம்]

$\therefore (a-0)$ ஆனது Δ ன் ஒரு காரணி ஆகும்

இதே போல் $b = 0, c = 0$ என கொடுக்க Δ ன் மதிப்பு பூஜ்ஜியமாகும்.

$\therefore a, b, c$ ஆகியவை Δ ன் காரணிகள் ஆகும்$\because$.

$a + b + c = 0$ எனக் கொடுக்க

$b + c = -a, \quad a + c = -b, \quad a + b = -c$

$\Delta = \begin{vmatrix} (-a)^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & (-b)^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & (-c)^2 \end{vmatrix} = 0$

இங்கு மூன்று நிரல்களும் சர்வசமம். எனவே $(a+b+c)^2$ என்பது Δஇன் ஒரு காரணியாகும்

$\therefore abc(a+b+c)^2$ என்பது Δ இன் காரணியாகும். இதன் படி 5 ஆகும்.

***m* ஐ கண்டறிய:**

முதன்மை மூலைவிட்ட உறுப்புகளின் பெருக்கல் $(b+c)^2(c+a)^2(a+b)^2$ ன் படி 6

$m = 6 - 5 = 1, \ m = 1$

$\therefore \Delta$ ன் மற்றொரு காரணி $k(a+b+c)$ என இருக்க வேண்டும்

$$\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & (c+a)^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix} = k\, abc(a+b+c)^3$$

***k* ன் மதிப்பை கண்டறிய:**

$a = 1, b = 1$ மற்றும் $c = 1$

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = k(1)(1)(3)^3$$

$$54 = 27k$$

$$k = 2$$

$$\therefore \Delta = 2abc(a+b+c)^3$$

(அல்லது)

$\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$, $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$, $7\vec{j} + 5\vec{k}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒரே தள வெக்டர்களா என்பதனைச் சரிபார்க்கவும்.

$$\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} = x(2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) + y(7\vec{j} + 5\vec{k})$$

$$\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} = 2x\vec{i} - x\vec{j} - x\vec{k} + 7y\vec{j} + 5y\vec{k}$$

$$\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} = 2x\vec{i} - x\vec{j} + 7y\vec{j} - x\vec{k} + 5y\vec{k}$$

$$\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} = 2x\vec{i} + (-x + 7y)\vec{j} + (-x + 5y)\vec{k}$$

$\vec{i}$ ன் கெழுக்களை சமப்படுத்த

$$1 = 2x \Longrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$\vec{j}$ ன் கெழுக்களை சமப்படுத்த

$$3 = -x + 7y$$

$$3 = -\frac{1}{2} + 7y$$

$$3 = \frac{-1 + 14y}{2}$$

$$6 = -1 + 14y$$

$$14y = 7$$

$$y = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

$\vec{k}$ ன் கெழுக்களை சமப்படுத்த

$$1 = -x + 5y$$

x, y ன் மதிப்புகளை மேற்க்கண்ட சமன்பாட்டில் பிரதியிட

$$-x + 5y = -\frac{1}{2} + 5\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \neq 1$$

மூன்றாவது சமன்பாடு இருபுறமும் சமமாக இல்லை

$\therefore$ அவை, ஒரே தள வெக்டர்கள் அல்ல.

42. $A + B = 45^0$ எனில் $(1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2$ என நிறுவுக. இதிலிருந்து $\tan 22\frac{1}{2}^0$ ன் மதிப்பை காட்டுக.

$A + B = 45^0$ எனக் கொடுக்கப் பட்டுள்ளது.

$$\tan(A + B) = \tan 45^0$$

$$\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A . \tan B} = 1$$

$\tan A + \tan B = 1 - \tan A \, . \tan B$

$1 + \tan A + \tan B = 2 - \tan A \, . \tan B$ (இருபுறமும் 1ஐக் கூட்ட)

$1 + \tan A + \tan B + \tan A \, . \tan B = 2$

$1 + \tan A + \tan B \, (1 + \tan A) = 2$

$(1 + \tan A)\,(1 + \tan B) = 2$

$A = B,$ எனில் $A + B = 45^0$

$A + A = 45^0$

$2A = 45^0$

$A = 22\frac{1}{2}^0 = B$

$(1 + \tan A)^2 = 2$

$\therefore \left(1 + \tan 22\frac{1}{2}\right)^2 = 2$

$1 + \tan 22\frac{1}{2} = \pm\sqrt{2}$

$\tan 22\frac{1}{2} = \pm\sqrt{2} - 1$

$22\frac{1}{2}$ ஒரு குறுங்கோணம், $\tan 22\frac{1}{2}$ ஒரு மிகை எண்.

$\therefore \tan 22\frac{1}{2} = \sqrt{2} - 1$

(அல்லது)

நேப்பியரின் சூத்திரத்தை எழுதி நிரூபிக்கவும்.

முக்கோணம் ABCல்

(1) $\tan\frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b}\cot\frac{C}{2}$

(2) $\tan\frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c}\cot\frac{A}{2}$

(3) $\tan\frac{C-A}{2} = \frac{c-a}{c+a}\cot\frac{B}{2}$ என்பவை உண்மை ஆகும்

மேற்கண்டவை நேப்பியரின் சூத்திரங்கள் எனப்படும்.

(1) $\tan\frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b}\cot\frac{C}{2}$

சைன் சூத்திரத்திலிருந்து

$\frac{a-b}{a+b}\cot\frac{C}{2} = \frac{2R\sin A - 2R\sin B}{2R\sin A + 2R\sin B}\cot\frac{C}{2}$

$= \frac{\sin A - \sin B}{\sin A + \sin B}\cot\frac{C}{2}$

$= \frac{2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\sin\left(\frac{A-B}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)}\cot\frac{C}{2}$

$$= \cot\left(\frac{A+B}{2}\right)\tan\left(\frac{A-B}{2}\right)\cot\frac{C}{2}$$

$$= \cot\left(90-\frac{C}{2}\right)\tan\left(\frac{A-B}{2}\right)\cot\frac{C}{2}$$

$$= \tan\frac{C}{2}\tan\left(\frac{A-B}{2}\right)\cot\frac{C}{2}$$

$$= \tan\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\therefore \tan\frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b}\cot\frac{C}{2}$$

இதே போன்று முடிவுகள் (2) மற்றும் (3)ஐ நிரூபிக்கலாம்,

43. கணிதத் தொகுத்தறிதல் மூலம் நிரூபிக்கவும். $\mathbf{1^2+2^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$, for all $\boldsymbol{n}\in \boldsymbol{N}$

நிலை 1:

$P(n)$ என்பது $1^2+2^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ என்ற கூற்று என்க.

$n=1$எனப் பிரதியிட

$P(1)$ என்ற கூற்று $1^2=\frac{1(1+1)(2(1)+1)}{6}$

$$1=\frac{1(2)(3)}{6}$$

$$1=\frac{6}{6}$$

$$1=1$$

$\therefore P(1)$ என்பது உண்மை.

நிலை 2:

$n=k$ என்பதற்கு $P(k)$ என்ற கூற்று உண்மை எனக் கொள்க.

அதாவது $1^2+2^2+\cdots+k^2=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$

நிலை 3:

$P(k+1)$ என்பது உண்மை என நிரூபிக்க.

$1^2+2^2+\cdots+k^2+(k+1)^2=\frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$ என நிரூபிக்க.

$$[1^2+2^2+\cdots+k^2]+(k+1)^2=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}+(k+1)^2$$

$$=\frac{k(k+1)(2k+1)+6(k+1)^2}{6}$$

$$=\frac{(k+1)[k(2k+1)+6(k+1)]}{6}$$

$$=\frac{(k+1)[2k^2+k+6k+6]}{6}$$

$$=\frac{(k+1)[2k^2+7k+6]}{6}$$

$$1^2+2^2+\cdots+k^2+(k+1)^2=\frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

$\therefore P(k+1)$ என்பது உண்மை

$P(k)$ என்பது உண்மையானல் $P(k+1)$ என்பதுவும் உண்மை

நிலை 4:

கணிதத் தொகுத்தறிதல் கோட்பாட்டின்படி $P(n)$, $n \in N$ என்பது உண்மை,

$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, $n \in N$

(அல்லது)

$\boldsymbol{a, b, c}$ **ஆகியவை H.P.ல் இருப்பின்** $\boldsymbol{\frac{b+a}{b-a} + \frac{b+c}{b-c} = 2}$ **என நிறுவுக.**

<table>
<tr>
<td>

a, b, c ஆகியவை H.P.ல் இருப்பின் $b = \frac{2ac}{a+c}$

$$\frac{b}{a} = \frac{2c}{a+c}$$

$$\frac{b+a}{b-a} = \frac{2c+a+c}{2c-a-c} = \frac{3c+a}{c-a}$$

$$b = \frac{2ac}{a+c}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{2a}{a+c}$$

$$\frac{b+c}{b-c} = \frac{2a+a+c}{2a-a-c} = \frac{3a+c}{a-c}$$

$$\frac{b+a}{b-a} + \frac{b+c}{b-c} = \frac{3c+a}{c-a} + \frac{3a+c}{a-c}$$

$$= \frac{3c+a}{c-a} - \frac{3a+c}{c-a}$$

$$= \frac{3c+a-3a-c}{c-a}$$

$$= \frac{2c-2a}{c-a}$$

$$= \frac{2(c-a)}{c-a}$$

$$= 2$$

</td>
<td>

மாற்றுமுறை:

$$b = \frac{2a}{a+c}$$

$$b(a+c) = 2ac$$

$$\text{L.H.S} = \frac{b+a}{b-a} + \frac{b+c}{b-c} = \frac{(b+a)(b-c)+(b+c)(b-a)}{(b-a)(b-c)}$$

$$= \frac{b^2-bc+ab-ac+b^2-ab+bc-ac}{b^2-bc-ab+ac}$$

$$= \frac{2b^2-2ac}{b^2-bc-ab-ac}$$

$$= \frac{2(b^2-ac)}{b^2-b(a+c)+ac}$$

$$= \frac{2(b^2-ac)}{b^2-2ac+ac} \quad [\because b(a+c) = 2ac]$$

$$= \frac{2(b^2-ac)}{(b^2-ac)}$$

$$= 2$$

</td>
</tr>
</table>

44. $\boldsymbol{(1,1), (2,-1)}$ **மற்றும்** $\boldsymbol{(3,2)}$ **என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லக்கூடிய வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.**

வட்டத்தின் சமன்பாடானது, $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

இது $(1, 1)$ வழியே செல்வதால்

$$1^2 + 1^2 + 2g(1) + 2f(1) + c = 0$$

$$2 + 2g + 2f + c = 0$$

$$2g + 2f + c = -2 \text{...} (1)$$

இது $(2, -1)$ வழியே செல்வதால்

$$2^2 + (-1)^2 + 2g(2) + 2f(-1) + c = 0$$

$$4 + 1 + 4g - 2f + c = 0$$

$$5 + 4g - 2f + c = 0$$

$$4g - 2f + c = -5 \text{................................} (2)$$

இது $(3,2)$ வழியே செல்வதால்

$$3^2+2^2+2g(3)+2f(2)+c=0$$

$$9+4+6g+4f+c=0$$

$$6g+4f+c=-13 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து

$(1) \Rightarrow 2g+\cancel{2f}+c=-2$

$(2) \Rightarrow 4g-\cancel{2f}+c=-5$

$6g \quad +2c=-7 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$

(2) மற்றும் (3) லிருந்து

$(2)\times 2 \Rightarrow 8g-\cancel{4f}+2c=-10$

$(3) \quad \Rightarrow 6g+\cancel{4f}+c=-13$

$14g \quad +3c=-23 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$

(5) மற்றும் (6) லிருந்து

$(5)\times 3 \Rightarrow 18g+6c=-21$

$(6)\times 2 \Rightarrow 28g+6c=-46$

$-10g \quad =25$

$g=\frac{25}{-10}=-\frac{5}{2}$

$g=-\frac{5}{2}$ ன் மதிப்பை (5) ல் பிரதியிட

$$6\left(-\frac{5}{2}\right)+2c=-7$$

$$3(-5)+2c=-7$$

$$-15+2c=-7$$

$$2c=-7+15=8$$

$$2c=8$$

$$c=\frac{8}{2}=4$$

g , c ன் மதிப்புகளை (1) ல் பிரதியிட

$$2\left(-\frac{5}{2}\right)+2f+4=-2$$

$$-5+2f+4=-2$$

$$-1+2f=-2$$

$$2f=-1$$

$$f=-\frac{1}{2}$$

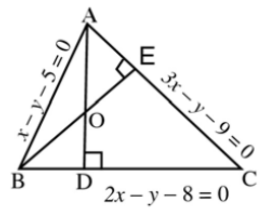
வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2+y^2+2\left(-\frac{5}{2}\right)x+2\left(-\frac{1}{2}\right)y+4=0$

$$x^2+y^2-5x-y+4=0$$

(அல்லது)

$x-y-5=0, 2x-y-8=0$ மற்றும் $3x-y-9=0$ ஆகிய நேர்க்கோடுகளைப் பக்கங்களாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் செங்கோட்டு மையத்தைக் காண்க

ΔABC ன் பக்கங்கள் AB, BC, CA பின்வருமாறு குறிக்கப்படுகின்றன.
AB: $x-y-5=0$ ………………….(1)
BC: $2x-y-8=0$………………….(2)
AC: $3x-y-9=0$…………………(3)



(1) மற்றும் (3) ஐ தீர்க்க $x=2, y=-3$ $A(2,-3)$

BC ன் சமன்பாடு $2x-y-8=0$.

இக்கோட்டிற்குச் செங்குத்தான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டின் வடிவம் $x+2y+k=0$…………(4)

$A(2,-3)$ என்ற புள்ளி வழி நேர்க்கோடு (4) செல்வதால், $2+2(-3)+k=0$

$$k=-4$$

எனவே ADன் சமன்பாடு $x+2y=-4$……………………….(5)

(1) மற்றும் (2) ஐயும் தீர்ப்பதால் என்ற வெட்டும் புள்ளி கிடைக்கிறது. $B(3,-2)$

$3x-y-9=0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்குச் செங்குத்தான கோட்டின் சமன்பாட்டின் வடிவம்

$$x+3y+k=0$$

இக்கோடு $B(3,-2)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதால் $3-6+k=0$

$$-3+k=0$$

$$k=3$$

BE ன் சமன்பாடு $x+3y=-3$……………….(6)

(5) மற்றும் (6) ம், வெட்டும் புள்ளி $O(-6,1)$. இதுவே ΔABC ன் செங்கோட்டு மையமாகும்.

45. $y=\cos(\sin x)$ எனில் $\frac{d^2y}{dx^2}+\tan x\frac{dy}{dx}+y\cos^2 x=0$ என நிறுவுக

$y=\cos\ (\sin x)$

$\frac{dy}{dx}=-\sin(\sin x)\times\frac{d}{dx}(\sin x)$

$=-\sin(\sin x)\times\cos x$

மீண்டும் ஒரு முறை வகைப்படுத்த

$\frac{d^2y}{dx^2}=-[\sin(\sin x)\times(-\sin x)+\cos x\times(-\cos(\sin x)\times\cos x)]$

$= \sin(\sin x) \times (\sin x) - \cos x \times (\cos(\sin x) \times \cos x)$

$= \cos x \sin(\sin x) \times \frac{\sin x}{\cos x} - \cos x \times (\cos(\sin x) \times \cos x)$

(முதல் பகுதியில் $\cos x$ ஐ பெருக்கி வகுக்க)

$= \left(-\frac{dy}{dx}\right) \times \tan x - \cos x \times (y \times \cos x)$

$= \left(-\frac{dy}{dx}\right) \times \tan x - y\cos^2 x$

$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{dy}{dx} \times \tan x - y\cos^2 x$

$\frac{d^2y}{dx^2} + \tan x \frac{dy}{dx} + y\cos^2 x = 0$

(அல்லது)

n ஒரு விகிதமுறு எண்ணாக இருந்து $\left|\frac{\Delta x}{a}\right| < 1$ என இருப்பின் $\lim_{x\to a} \frac{x^n - a^n}{x-a} = na^{n-1} (a \neq 0)$

x க்கு பதிலாக $a + \Delta x$ என ஈடாக்குவோம் பின்பு $x \to a$ எனும் பொழுது $\Delta x \to 0$ மற்றும் $\left|\frac{\Delta x}{a}\right| < 1$ என்பதை கவனிக்க

$\therefore \frac{x^n - a^n}{x-a} = \frac{(a+\Delta x)^n - a^n}{\Delta x} = \frac{a^n\left(1+\frac{\Delta x}{a}\right)^n - a^n}{\Delta x}$

விகிதமுறு படிக்குரிய ஈருறுப்புத் தேற்றத்தை $\left(1 + \frac{\Delta x}{a}\right)^n$க்கு உபயோகிக்க.

$\left(1 + \frac{\Delta x}{a}\right)^n = 1 + nC_1\left(\frac{\Delta x}{a}\right) + nC_2\left(\frac{\Delta x}{a}\right)^2 + \cdots nC_r\left(\frac{\Delta x}{a}\right)^r + \cdots$

$\frac{x^n - a^n}{x-a} = \frac{a^n\left[1+nC_1\left(\frac{\Delta x}{a}\right)+nC_2\left(\frac{\Delta x}{a}\right)^2+\cdots nC_r\left(\frac{\Delta x}{a}\right)^r+\cdots\right]-a^n}{\Delta x}$

$= \frac{a^n + nC_1\left(\frac{\Delta x}{a}\right)a^n + nC_2\left(\frac{\Delta x}{a}\right)^2 a^n + \cdots nC_r\left(\frac{\Delta x}{a}\right)^r a^n + \cdots - a^n}{\Delta x}$

$= \frac{nC_1 a^{n-1}\Delta x + nC_2 a^{n-2}(\Delta x)^2 + \cdots nC_r a^{n-r}(\Delta x)^r + \cdots}{\Delta x}$

$= nC_1 a^{n-1} + nC_2 a^{n-2}\Delta x + \cdots nC_r a^{n-r}(\Delta x)^{r-1} + \cdots$

$= nC_1 a^{n-1} + \Delta x$ ம் அதன் படிகளையுடைய உறுப்புகள்.

$\Delta x = x - a$ ஆதலால் $x \to a$ எனும் பொழுது$\Delta x \to 0$

$\lim_{x\to a} \frac{x^n - a^n}{x-a} = \lim_{\Delta x \to 0} nC_1 a^{n-1} + \lim_{\Delta x\to 0}$ (Δx ம் அதன் படிகளையுடைய உறுப்புகள்)

$= nC_1 a^{n-1} + 0 + 0 + \cdots$

$= na^{n-1}$

46. $\int_1^2 (2x+5)dx$ என்ற வரையறுத்த தொகையினை கூட்டுத்தொகையின் எல்லையாக காண்க.

$\int_1^2 (2x+5)dx$

$f(x) = (2x+5)$ மற்றும் $[a, b] = [1, 2]$

$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{2-1}{n} = \frac{1}{n}$

$f(x) = 2x + 5$

$f(a + r\Delta x) = f\left(1 + r\frac{1}{n}\right) = 2\left(1 + \frac{r}{n}\right) + 5$

மூடிய இடைவெளி $[1, 2]$ ஐ n எண்ணிக்கையில்ட சம நுண் இடைவெளிகளாகப் பிரிப்போம். சூத்திரத்தின் படி

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\Delta x \to 0} \Delta x \sum_{r=1}^{n} f(a + r\Delta x)$$

$$\int_1^2 (2x + 5)dx = \lim_{n \to \infty} \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{r=1}^{n} 2\left(1 + \frac{r}{n}\right) + 5$$

$$= \lim_{n \to \infty} \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{r=1}^{n} \left(7 + \frac{2}{n}r\right)$$

$$= \lim_{n \to \infty} \left(\frac{1}{n}\right) \left[\sum_{r=1}^{n} 7 + \sum_{r=1}^{n} \frac{2}{n}r\right]$$

$$= \lim_{n \to \infty} \left(\frac{1}{n}\right) \left[7n + \frac{2}{n}.\frac{n(n+1)}{2}\right]$$

$$= \lim_{n \to \infty} \left[7 + \frac{n+1}{n}\right]$$

$$= \lim_{n \to \infty} \left[7 + \left(1 + \frac{1}{n}\right)\right]$$

$$= 7 + 1$$

$\int_1^2 (2x + 5)dx = 8$ சதுர அலகுகள்

(அல்லது)

தொகைக்காண்க. $\int \frac{\mathbf{3x+1}}{\sqrt{\mathbf{2x^2+x+3}}} \, \boldsymbol{dx}$

$3x + 1 = A\frac{d}{dx}(2x^2 + x + 3) + B$

$3x + 1 = A(4x + 1) + B$ ………………(1)

$3x + 1 = 4Ax + A + B$

கெழுக்களை சமப்படுத்த

$4A = 3, \; A + B = 1$

$A = \frac{3}{4}, \; B = 1 - A = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

(i) லிருந்து $3x + 1 = \frac{3}{4}(4x + 1) + \frac{1}{4}$

$\int \frac{3x+1}{\sqrt{2x^2+x+3}} \, dx = \int \frac{\frac{3}{4}(4x+1)+\frac{1}{4}}{\sqrt{2x^2+x+3}} \, dx$

$$= \frac{3}{4}\int \frac{(4x+1)}{\sqrt{2x^2+x+3}}\,dx + \frac{1}{4}\int \frac{1}{\sqrt{2x^2+x+3}}\,dx$$

$$= \frac{3}{4}\left\{2\sqrt{2x^2+x+3}\right\} + I \,....(2) \qquad \left(\because \int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}\,dx = 2\sqrt{f(x)}\right)$$

$$I = \frac{1}{4}\int \frac{1}{\sqrt{2x^2+x+3}}\,dx$$

$$= \frac{1}{4}\int \frac{\sqrt{4\times 2}}{\sqrt{(4x+1)^2+24.1}}\,dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\int \frac{1}{\sqrt{(4x+1)^2+\left(\sqrt{23}\right)^2}}\,dx$$

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\log(4x+1) + \sqrt{(4x+1)^2+\left(\sqrt{23}\right)^2}\right] \times \frac{1}{4}$$

(2) ல் பதிலிட

$$\int \frac{3x+1}{\sqrt{2x^2+x+3}}\,dx = \frac{3}{2}\left\{\sqrt{2x^2+x+3}\right\} + \frac{1}{4\sqrt{2}}\left[\log(4x+1) + \sqrt{(4x+1)^2+\left(\sqrt{23}\right)^2}\right] + c$$

47. x ஒரு மெய்யெண் எனில் $f(x) = \frac{x^2-2x+4}{x^2+2x+4}$ என்ற சார்பின் வீச்சகம் $\left[\frac{1}{3}, 3\right]$ என நிரூபி

$$y = \frac{x^2-2x+4}{x^2+2x+4}$$

$$yx^2 + 2xy + 4y - x^2 + 2x - 4 = 0$$

$$x^2(y-1) + x(2y+2) + (4y-4) = 0$$

இது ஒரு x ல் அமைந்த இருபடிச் சமன்பாடி ஆகும். x என்பது மெய் என்பதால் தன்மைக் காட்டி ≥ 0, $B^2 - 4AC \geq 0$

$$(2y+2)^2 - 4(y-1)(4y-4) \geq 0$$

$$4y^2 + 8y + 4 - 16y^2 + 16y + 16y - 16 \geq 0$$

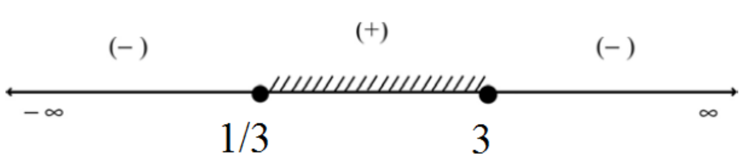
$$-12y^2 + 40y - 12 \geq 0$$

$$3y^2 - 10y + 3 \leq 0$$

$$(3y-1)(y-3) \leq 0$$

$$\left(y - \frac{1}{3}\right)(y-3) \leq 0$$

$$y \in \left[\frac{1}{3}, 3\right]$$



$\therefore f(x) = \frac{x^2-2x+4}{x^2+2x+4}$ ன் வீச்சகம் $\left[\frac{1}{3}, 3\right]$

(அல்லது)

திருகுகள் உற்பத்தி செய்யும் தொழிற்சாலை ஒன்றில் இயந்திரங்கள் A_1, A_2, A_3 முறையே 25%, 35% மற்றும் 40% உற்பத்தி செய்கின்றன. அவற்றின் மொத்த உற்பத்தியில் 5%, 4%, 2% திருகுகள் குறையுள்ளதாகக் காணப்படுகின்றன. உற்பத்தியிலிருந்து, சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு திருகு எடுக்கப்படும்போது, அது குறையுள்ளதாக காணப்படுகிறது. அது இயந்திரம் A_2 வால் உற்பத்தி செய்யப்பட்டது என்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

E என்பது குறையுள்ள ஒரு திருகை எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்க

E_1, E_2, E_3 என்பன முறையே A_1, A_2, A_3 இயந்திரங்கள் உற்பத்தி செய்யும் குயைுள்ள திருகுகளுக்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$P(E_1) = \frac{25}{100}, P(E_2) = \frac{35}{100}, P(E_3) = \frac{40}{100},$$

$$P(E/E_1) = \frac{5}{100}, P(E/E_2) = \frac{4}{100}, P(E/E_3) = \frac{2}{100}$$

$$P(E_2/E) = \frac{P(E_2).P(E/E_2)}{P(E_1).P(E/E_1)+P(E_2).P(E/E_2)+P(E_3).P(E/E_3)}$$

$$= \frac{\frac{35}{100}\times\frac{4}{100}}{\left(\frac{25}{100}\times\frac{5}{100}\right)+\left(\frac{35}{100}\times\frac{4}{100}\right)+\left(\frac{40}{100}\times\frac{2}{100}\right)}$$

$$= \frac{35\times4}{(25\times5)+(35\times4)+(40\times2)}$$

$$= \frac{140}{125+140+80}$$

$$= \frac{140}{345}$$

$$P(E_2/E) = \frac{28}{69}$$